

GRUNDZÜGE

DER

KRYSTALLOGRAPHIE.

Holzstiche
aus dem xylographischen Atelier
von Friedrich Vieweg und Sohn
in Braunschweig.

Papier
aus der Papier-Fabrik
der Gebrüder Vieweg zu Wendhausen
bei Braunschweig.

GRUNDZÜGE

DER

KRYSTALLOGRAPHIE.

VON

DR. J. MÜLLER,
Grossh. badisch. Hofrath und Ritter des Zähringer Löwenordens, Professor der Physik an der Universität zu Freiburg im Breisgau, der schweizerischen naturforschenden Gesellschaft Ehrenmitglied und correspondirendes Mitglied mehrer andern gelehrten Gesellschaften.

ZWEITE,
VERMEHRTE UND VERBESSERTE AUFLAGE.

MIT IN DEN TEXT EINGEDRUCKTEN HOLZSTICHEN.

BRAUNSCHWEIG,
DRUCK UND VERLAG VON FRIEDRICH VIEWEG UND SOHN.
1868.

VORREDE.

Die erste Auflage dieser „Grundzüge der Krystallographie", von welcher bald nach ihrer Publication eine französische Uebersetzung von J. Nikles erschien, war ein besonderer Abdruck des von mir für das Otto-Graham'sche Lehrbuch der Chemie bearbeiteten Kapitels über Krystallographie. Bei dieser Arbeit hatte ich das Ziel im Auge, wenigstens die Grundzüge der Krystallographie, welche für viele Zweige der Naturwissenschaften und namentlich für Chemie, Physik und Mineralogie eine unentbehrliche Hülfswissenschaft geworden ist, einem grösseren Kreise zugänglich zu machen. Namentlich sollte aber dieses Schriftchen dem Anfänger den Eintritt in das Studium der Krystallographie erleichtern und ihn zu einem eingehenden Studium dieser immer mehr Bedeutung gewinnenden Wissenschaft vorbereiten.

Die vorliegende zweite Auflage der Grundzüge der Krystallographie hat die gleiche Tendenz wie die erste; sie giebt eine möglichst kurze und klare Uebersicht der wichtigsten Formen der verschiedenen Krystallsysteme und des gesetzlichen Zusammenhanges derselben. Die wesentlichste Verbesserung, welche diese zweite Auflage

erfahren hat, besteht darin, dass die Naumann'sche Bezeichnung der Krystallflächen von vorn herein eingeführt wurde. Dem zu Folge sind denn auch die meisten Figuren neu gestochen worden.

Die Hemiëdrie, welche in der ersten Auflage allzu spärlich behandelt worden war, ist in der neuen in einem besonderen Abschnitte eingehender besprochen worden.

Freiburg im Breisgau, im Juni 1868.

J. Müller.

INHALT.

Seite

Einleitung 1
Das reguläre System 5
Das quadratische System 14
Das hexagonale System 21
Das rhombische System 25
Das monoklinische System 35
Das triklinische System 46
Die Hemiëdrie 48
Zwillingsbildung 57
Uebersicht der wichtigsten Formen der verschiedenen Krystallsysteme 59
Bezeichnung der Krystallsysteme 64

EINLEITUNG.

Beim Uebergange aus dem flüssigen Zustande in den festen nehmen die meisten Körper regelmässige, von ebenen Flächen begränzte Gestalten an, welche unter dem Namen der Krystalle bekannt sind, mag nun das Festwerden durch die Ausscheidung eines Körpers aus einer Auflösung oder durch Erstarren einer geschmolzenen Masse vor sich gehen. Die oft ausgezeichnet schönen Krystalle, welche wir im Schoosse der Erde finden, sind sicherlich auch auf die eine oder auf die andere Weise entstanden.

Manchmal geht ein Körper aus dem gasförmigen Zustande sogleich in den festen über, ohne vorher flüssig zu werden, und auch hierbei findet meistens eine Krystallbildung Statt, wie man z. B. bei der Bildung des Reifs, bei der Sublimation des Schwefels u. s. w. beobachten kann.

Die Kenntniss der Krystallgestalten ist für den Mineralogen, den Chemiker und Pharmaceuten von der grössten Wichtigkeit, weil die meisten Körper, mit denen er sich beschäftigt, Krystalle bilden, weil oft die Krystallisation ein Kriterium ihrer Reinheit ist, weil die Krystallform ein Unterscheidungszeichen sonst ähnlicher Körper liefert.

Jedem Körper kommt in der Regel eine ihm eigenthümliche Krystallform zu; nur in wenigen Fällen kann derselbe Stoff unter verschiedenen Umständen in verschiedenen Formen krystallisiren, er ist alsdann dimorph; wenn zwei verschiedene Körper dieselbe Krystallform haben, so sind sie isomorph.

Wenn wir mehrere Krystalle desselben Stoffes untersuchen, so finden wir freilich keine absolute Gleichheit oder Aehnlichkeit der Gestalten in geometrischem Sinne. Man betrachte z. B. zwei Krystalle von Quarz, welche unter dem Namen des Bergkrystalls

allgemein bekannt sind. Manchmal haben diese Krystalle die vollkommen regelmässige Gestalt Fig. 1, meistens aber weichen sie mehr oder weniger von dieser normalen Gestalt ab, wie dies z. B. bei den in Fig. 2, Fig. 3, Fig. 4 und Fig. 5 dargestellten Quarzkrystallen

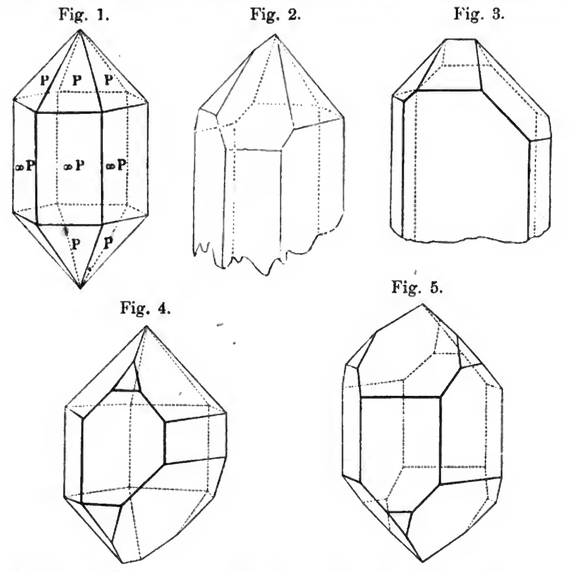


Fig. 1. Fig. 2. Fig. 3. Fig. 4. Fig. 5.

der Fall ist, von denen sich Fig. 2 noch am meisten der normalen Gestalt nähert. Der Quarzkrystall Fig. 3 erscheint durch das Vorherrschen der vorderen und hinteren Säulenfläche fast tafelförmig, bei dem Krystall Fig 5 sind drei der Pyramidenflächen nur noch in solcher Kleinheit vorhanden, dass die drei übrigen eine dreiseitige Pyramide bilden, die später noch näher besprochen werden soll.

Wie aber auch die verschiedenen Quarzkrystalle verzerrt erscheinen mögen, so behalten sie doch immer einen, selbst dem weniger Geübten leicht erkennbaren Grundtypus, sie bilden eine sechsseitige Säule, welche durch eine sechsseitige Pyramide zugespitzt ist. Die gleichnamigen Flächen sind aber nicht immer so ganz gleichmässig ausgebildet, nicht immer so ganz einander gleich, wie in Fig. 1; sie scheinen bald mehr nach Innen, bald mehr

nach Aussen gerückt und in Folge dessen erscheinen sie dann bald grösser, bald kleiner als andere gleichnamige Flächen desselben Krystalls. So liegen z. B. die vordere und die hintere Seitenfläche des Krystalls Fig. 3 dem Mittelpunkt des Krystalls viel näher und sind deshalb weit grösser, als die vier übrigen Säulenflächen; bei dem Krystall Fig. 5 sind drei der Pyramidenflächen so viel weiter von der Mitte des Krystalls entfernt als die übrigen, dass sie nur noch als kleine Dreieckchen erscheinen.

Eine genauere Untersuchung der Krystalle zeigt aber, dass bei allen diesen Ungleichheiten und Abweichungen die Winkel der entsprechenden Flächen für denselben Körper stets dieselben bleiben. So ist z. B. der Winkel, welchen eine Säulenfläche des Bergkrystalls mit der benachbarten macht, stets 120°; der Winkel zweier neben einander liegenden Pyramidenflächen ist 133° 44′ u. s. w.

Wenn man die Krystallform eines Körpers beschreibt, wenn man sie zeichnet, so abstrahirt man von allen Zufälligkeiten, man betrachtet alle entsprechenden Flächen als gleich weit vom Mittelpunkte liegend. Wir wollen eine solche Krystallgestalt den idealen Krystall nennen. Die wirklichen Krystalle nähern sich dieser idealen Form bald mehr bald weniger. Bei gleicher Neigung der Flächen gegen einander sind die gleichartigen Flächen doch nicht immer gleichmässig ausgebildet, und so kommt es denn, dass das Ansehen, der Habitus der Krystalle oft sehr von dem der idealen Gestalt abweicht, und oft fällt es wirklich dem Anfänger schwer, die ideale Gestalt in der durch ungleiche Ausdehnung der Flächen hervorgebrachten Verzerrung zu erkennen. Jedenfalls ist es sehr wichtig, auf diesen Umstand aufmerksam zu machen. Wir werden in dem Folgenden öfters davon reden müssen, wie durch ungleiche Entfernung gleichartiger Flächen vom Mittelpunkte des Krystalls der Habitus oft wesentlich verändert wird.

Um bei der näheren Untersuchung der Krystallgestalten, bei der Vergleichung der gegenseitigen Lage der einzelnen Flächen einen Anhaltspunkt zu haben, hat man in den Krystallen gewisse Richtungen unterschieden, gegen welche die Flächen eine symmetrische Lage haben, und diese Richtungen nennt man Axen. In dem Krystall Fig. 1 ist offenbar die Linie, welche die Spitzen der beiden sechsseitigen Pyramiden verbindet, eine solche Axe; die in Fig. 1 mit ∞P bezeichneten Flächen der sechsseitigen Säule sind mit dieser Axe parallel, alle Pyramidenflächen sind aber gleich gegen dieselbe geneigt.

Die gegenseitige Lage und das Grössenverhältniss dieser Axen ist aber nicht für alle Krystalle dasselbe; man hat in dieser Beziehung sechs verschiedene Krystallsysteme zu unterscheiden.

1) Das reguläre System mit drei zu einander rechtwinkligen und einander gleichen Axen.

2) Das quadratische System mit drei zu einander rechtwinkligen Axen, von denen aber nur zwei einander gleich sind.

3) Das hexagonale System mit vier Axen, von denen drei einander gleiche in einer Ebene liegen und sich unter Winkeln von 60° schneiden, während die vierte, den übrigen nicht gleiche Axe auf der Ebene der übrigen rechtwinklig steht.

4) Das rhombische System mit drei zu einander rechtwinkligen Axen, von denen aber keine der andern gleich ist.

5) Das monoklinische System mit drei Axen, von denen ebenfalls keine der andern gleich ist; zwei dieser Axen sind aber nicht rechtwinklig zu einander, während die dritte auf der Ebene der beiden anderen rechtwinklig steht.

6) Das triklinische System mit drei einander ungleichen Axen, von denen keine mit der andern einen rechten Winkel macht.

DAS REGULÄRE SYSTEM.

Als Grundgestalt des regulären Systems betrachtet man gewöhnlich das Octaëder Fig. 6. Es ist dies ein Körper, welcher

Fig. 6.

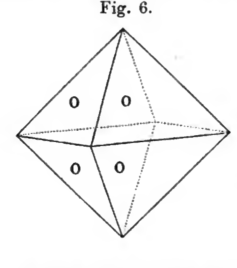
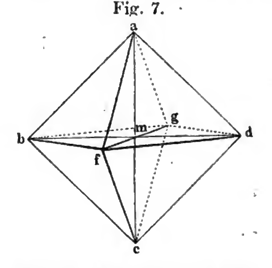


Fig. 7.



durch acht gleichseitige Dreiecke begränzt ist; die Axen sind hier diejenigen Linien, welche die gegenüberstehenden Ecken verbinden. In Fig. 7 sind diese Axen ausgezogen und in Fig. 8 ist

Fig. 8.

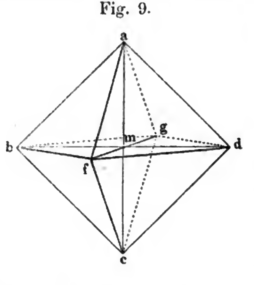
dieses Axenkreuz für sich allein dargestellt.

Die Axe, welche das obere und das untere Eck verbindet, und diejenige, welche von dem Eck links zum Eck rechts geht, erscheint in unserer Figur unverkürzt, die dritte Axe aber, welche auf der Ebene der beiden anderen rechwinklig steht, erscheint in unserer Figur verkürzt.

Das reguläre Octaëder hat sechs Ecken, von denen jedes dem andern vollkommen gleich ist. Jede dieser Ecken wird durch vier gleiche Kanten gebildet. Die Zahl der an einem Octaëder vor-

kommenden Kanten ist zwölf und zwar sind diese Kanten alle einander gleich; in jeder dieser Kanten schneiden sich zwei Octaëderflächen unter einem Winkel von 109° 28′.

Fig. 9.



Die vier Kanten ab, bc, cd und da, Fig. 9, bilden ein Quadrat, ebenso die vier Kanten af, fc, cg und ga und die vier horizontalen Kanten bf, fd, dg und gb.

Alle Ecken sind von dem Mittelpunkte der Figur, d. h. von dem Punkte, in welchem sich die drei Axen schneiden, gleich weit entfernt, die Halbaxen ma, mb, mc, md, mf und mg sind einander gleich oder mit anderen Worten: jede Octaëderfläche schneidet die drei Axen in gleicher Entfernung vom Mittelpunkte.

Nach Weiss und Rose werden die einzelnen Flächen der Krystalle dadurch charakterisirt, dass angegeben wird, in welchen Entfernungen vom Mittelpunkte eine jede Fläche des idealen Krystalls die verschiedenen Axen schneiden. Die Flächen des regulären Octaëders schneiden nun, wie wir eben gesehen haben, jede der drei Axen in gleicher Entfernung vom Mittelpunkte; bezeichnen wir diese Entfernung durch a, so ist die Octaëderfläche durch die Formel

$$(a : a : a)$$

charakterisirt.

Nach Naumann wird die Octaëderfläche einfach durch den Buchstaben O bezeichnet, wie dies auch in Fig. 6 geschehen.

Mit dieser Bezeichnung O ist zugleich ausgedrückt, dass die Octaëderfläche alle drei Axen in gleicher Entfernung vom Mittelpunkte m Fig. 9 schneidet, und zwar in einer Entfernung $ma = mb = mf$ u. s. w., welche wir mit 1 bezeichnen wollen.

Das reguläre Octaëder ist eine Form, welche sowohl an natürlichen als auch an künstlichen Substanzen häufig beobachtet wird, z. B. beim Magneteisen, dem salpetersauren Bleioxyd, dem salpetersauren Baryt und Strontian, den verschiedenen Alaunarten u. s. w. Die Alaunkrystalle kann man sehr schön in einer gesättigten Lösung wachsen lassen, und dadurch, dass man sie täglich wendet, kann man es dahin bringen, dass alle Flächen vollkommen gleichmässig ausgebildet werden. Ohne solche Vorsichtsmaassregeln er-

hält man in der Regel nur solche Krystalle, welche auf einer Seite aufgewachsen, also nicht rundum gleichförmig ausgebildet sind, wie dies z. B. bei dem Alaun der Fall ist, wie er in Fabriken dargestellt wird, wo die vierseitigen Pyramiden aus der Alaunkruste hervorragen, welche sich zuerst an die Wände der Gefässe absetzt.

Eine der gewöhnlich an Octaëdern vorkommenden Verzerrungen ist die in Fig. 10 dargestellte; sie entsteht dadurch, dass zwei Octaëderflächen dem Mittelpunkte bedeutend näher gerückt sind als die übrigen. Fig. 11 zeigt, auf welche Weise sich diese

Fig. 10.

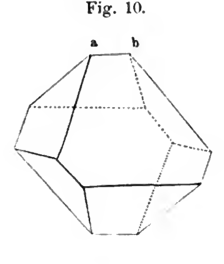
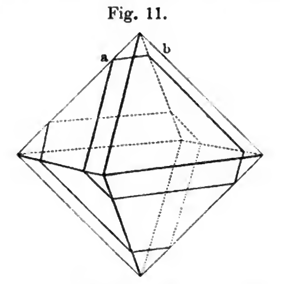


Fig. 11.

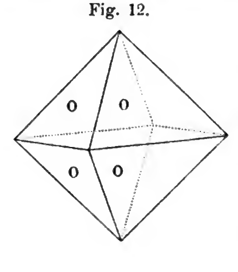


Form aus dem idealen Octaëder ableiten lässt. Diese Verzerrung wird am Alaun, dem salpetersauren Bleioxyd u.s.w. häufig beobachtet.

An dem verzerrten Octaëder Fig. 10 sieht man die Ecken des idealen Krystalls durch Kanten ersetzt, und in Folge dessen sind in einzelnen Flächen dieses Körpers nicht mehr gleichseitige Dreiecke. Die durch Verschiebung gegen den Mittelpunkt vergrösserten Flächen sind Sechsecke, die übrigen sind Vierecke.

Wenn ein Eck des Octaëders Fig. 12 durch eine Fläche abgestumpft ist, welche auf der durch dieses Eck hindurchgehenden Axe rechtwinklig steht, so erfordert das Symmetriegesetz, dass auch die übrigen Ecken in derselben Weise abgestumpft sind, weil alle Ecken des Octaëders einander vollkommen gleich sind; auf diese Weise entsteht der Körper Fig. 13 (a. f. S.).

Fig. 12.



Jede dieser Abstumpfungsflächen steht rechtwinklig auf einer Axe und läuft mit der Ebene der übrigen parallel.

Wenn die Abstumpfungsflächen im Vergleich zu den ursprünglichen Octaëderflächen noch grösser werden, so entsteht der Körper Fig. 14, wenn sie noch mehr wachsen Fig. 15. Hier sind die

Fig. 13.

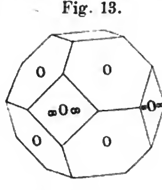


Fig. 14.

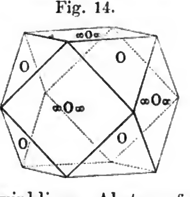
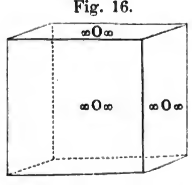


Fig. 15.

auf den Axen rechtwinkligen Abstumpfungsflächen schon weit grösser als die Octaëderflächen. Denken wir uns die Abstumpfungsflächen bis zum vollständigen Verschwinden der Octaëderflächen vergrössert, so entsteht der Würfel Fig. 16. Weil die erwähnten Abstumpfungsflächen bis zu ihrer gegenseitigen Durchschneidung verlängert einen Würfel bilden, so nennt man sie Würfelflächen; die Körper Fig. 13, 14 und 15 aber sind Combinationen des Würfels und des Octaëders; hier und in allen folgenden Figuren sind die Würfelflächen mit $\infty O \infty$, die Octaëderflächen mit O bezeichnet.

Fig. 16.



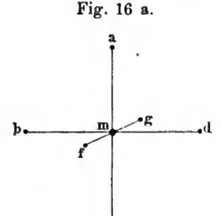
In Fig. 13 ist das Octaëder, in Fig. 15 ist der Würfel vorherrschend.

Denken wir uns durch jeden der Punkte a und c (Fig. 16 a.) eine Fläche gelegt, welche parallel mit den Axen bd und fg läuft, welche diese beiden Axen also gleichsam erst in unendlicher Entfernung schneidet, so ist die Lage dieser Flächen nach Weiss charakterisirt durch die Formel

$$(a : \infty a : \infty a)$$

da das Zeichen ∞ ja soviel als „unendlich“ bedeutet. Dasselbe gilt aber auch für die beiden Flächen, welche man durch die Punkte b und d parallel mit der Ebene der Axen ac und fg und für die beiden Flächen, welche man durch die Punkte f und g parallel mit der Ebene der Axen bd und ac gelegt denken kann. Diese so eben besprochenen sechs

Fig. 16 a.



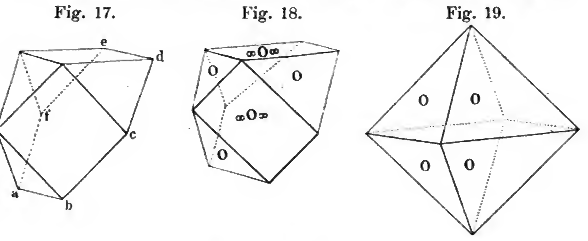
Flächen bilden aber zusammen einen Würfel, dessen Lage mit der Lage der Würfelflächen in Fig. 13, 14, 15 und 16 zusammen fällt.

Nach Naumann bezeichnet man die Würfelfläche durch $\infty O \infty$, wie dies auch in den Figuren 13 bis 16 geschehen ist, wodurch angedeutet wird, dass die fragliche Fläche mit der Ebene zweier Axen parallel läuft, diese beiden Axen also in unendlicher Entfernung schneidet.

In Gestalt von Würfeln krystallisiren der Flussspath, das Chlornatrium, Chlorkalium u. s. w. Combinationen von Würfel und Octaëder werden sehr häufig beim Alaun, dem Flussspath, dem salpetersauren Bleioxyd, Baryt und Strontian beobachtet.

Ein ganz eigenthümliches Ansehen erhalten die Krystalle des salpetersauren Bleioxyds oft dadurch, dass nur die eine Hälfte der Combination Fig. 14 ausgebildet ist, wie man Fig. 17 sieht, indem sie nämlich mit der Fläche *abcdef* aufgewachsen sind. Durch grössere Ausdehnung der an diese Basis sich ansetzenden Würfel und Octaëderflächen erhalten die Krystalle das Ansehen Fig. 18.

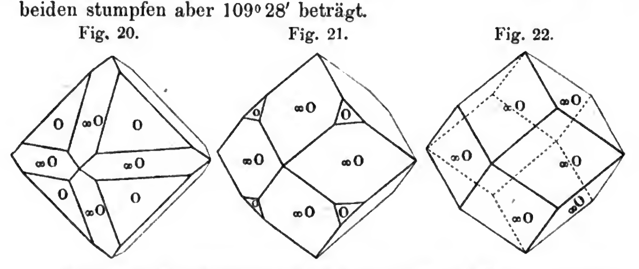
Fig. 17. Fig. 18. Fig. 19.



Alle Kanten des Octaëders Fig. 19 sind einander gleich, dem Symmetriegesetz zufolge muss demnach auch jede Modification einer Kante alle übrigen Kanten in derselben Weise treffen. Jede Octaëderkante schneidet zwei Axen in gleicher Entfernung vom Mittelpunkte; denken wir uns nun dieselbe durch eine Fläche abgestumpft, welche mit der dritten Axe parallel läuft, und diese Modification an jeder Kante vorgenommen, so entsteht der Körper Fig. 20 (a. f. S.). Bei weiterer Ausdehnung dieser Abstumpfungsflächen entsteht der Körper Fig. 21 (a. f. S.). Denken wir uns aber die zwölf Abstumpfungsflächen bis zum vollkommenen Verschwinden der Octaëderflächen ausgedehnt, so entsteht das Rhombendodekaëder Fig. 22 (a. f. S.), ein Körper, welcher von zwölf Flächen begränzt ist, von denen jede gegen zwei Axen gleich geneigt ist und mit der dritten parallel läuft.

Die Flächen, welche dieses Dodekaëder begränzen, sind Rhomben, in denen jeder der beiden spitzen Winkel 70° 32′, jeder der beiden stumpfen aber 109° 28′ beträgt.

Fig. 20. Fig. 21. Fig. 22.



Eine jede Dodekaëderfläche schneidet zwei Axen in gleicher Entfernung vom Mittelpunkte, weshalb sie nach Weiss und Rose durch die Formel $(a : a : \infty a)$ zu charakterisiren ist, während sie Naumann durch ∞O bezeichnet, wie dies auch in Fig. 20, 21 und 22 geschehen ist. Durch die Bezeichnung ∞O soll eben angedeutet sein, dass die fragliche Fläche mit einer Axe parallel läuft, die beiden anderen aber in gleichem Abstande vom Mittelpunkte schneidet.

Das Rhombendodekaëder hat vierundzwanzig einander ganz gleiche Kanten und vierzehn Ecken. Diese Ecken sind aber nicht einander gleich, sondern es lassen sich zweierlei Ecken unterscheiden; in sechs Ecken nämlich, welche mit den Octaëderecken zusammenfallen, treffen immer vier Rhomben mit ihren spitzen Winkeln zusammen, es sind dies also vierkantige Ecken; diese werden durch die Würfelflächen abgestumpft. In den übrigen acht Ecken treffen aber immer nur drei Rhomben mit ihren stumpfen Winkeln zusammen, diese dreikantigen Ecken werden durch die Octaëderflächen abgestumpft wie in Fig. 21.

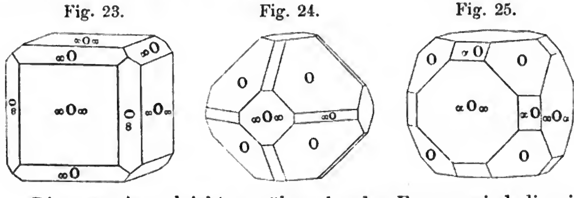
Die Dodekaëderflächen stumpfen die Kanten des Würfels ab, wie man Fig. 23 sieht.

In Rhombendodekaëdern krystallisirt vorzugsweise der Granat, weshalb diese Form auch das Granatoëder genannt wird. Unter den künstlichen Krystallen finden sich sehr selten Dodekaëder; der Phosphor krystallisirt in dieser Form.

Als Abstumpfung der Octaëderkanten werden die Dodekaëderflächen häufig am Alaun beobachtet, dessen Krystalle meistens eine Combination von Octaëder, Würfel und Dodekaëder sind, wie sie in Fig. 24 dargestellt ist.

Eine andere Combination des Würfels, des Octaëders und des Dodekaëders ist Fig. 25 dargestellt.

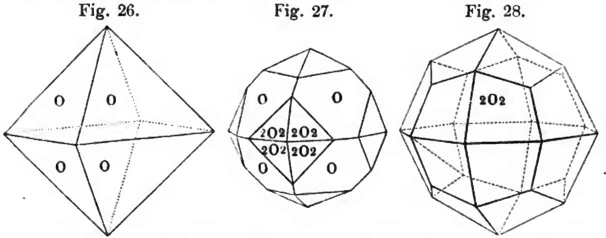
Fig. 23. Fig. 24. Fig. 25.



Diese wenigen leicht zu übersehenden Formen sind die einzigen, welche an künstlichen Krystallen, die dem regulären Systeme angehören, beobachtet werden, die übrigen zusammengesetzteren Formen kommen nur an Mineralien vor, es mag deshalb erlaubt sein, einige derselben nur ganz kurz zu betrachten.

Denken wir uns die Ecken eines Octaëders, Fig. 26, durch die Würfelflächen abgestumpft, auf jedem der durch diese Abstumpfung entstehenden Quadrate eine vierseitige Pyramide aufgesetzt, deren Höhe halb so gross ist als die halbe Diagonale der Basis, so entsteht der Körper Fig. 27.

Fig. 26. Fig. 27. Fig. 28.

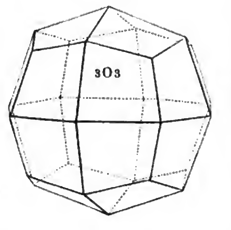


Denken wir uns diese, die Octaëderecken durch eine stumpfere Pyramide ersetzenden Flächen bis zum völligen Verschwinden der Octaëderflächen ausgedehnt, so entsteht der Körper Fig. 28, welcher von 24 Flächen begränzt ist und deshalb **Ikositetraëder** oder **Vierundzwanzigflächner** genannt wird.

Bezeichnen wir die Entfernung, in welcher eine Fläche des Ikositetraëders Fig. 28 die eine Axe schneidet mit a, so werden die beiden anderen Axen von derselben Fläche in einer Entfernung $2a$ geschnitten, nach **Weiss** werden deshalb die Flächen dieses Körpers durch $(a : 2a : 2a)$
nach **Naumann** dagegen werden sie durch $2O2$ bezeichnet.

Statt der Pyramiden, welche in Fig. 27 die Octaëderecken abstumpfen, können auch noch stumpfere Pyramiden vorkommen, deren Höhe nur $^1/_3$ von der halben Diagonale der Basis ist. Denken wir uns die Flächen dieser stumpferen Pyramiden bis zum Verschwinden der Octaëderflächen ausgedehnt, so entsteht das Ikositetraëder Fig. 29, welches sich von dem Fig. 28 dadurch unterscheidet, dass die Flächen eine andere Neigung gegen einander haben.

Fig. 29.



Die Flächen des Körpers Fig. 29 sind durch $(a : 3a : 3a)$ oder durch $3O3$ zu bezeichnen.

In der Form Fig. 28 krystallisirt der Leucit, und deshalb nennt man diesen Körper gewöhnlich das Leucitoëder, den Körper Fig. 29 nennt man dagegen Leucitoid.

Weder das Leucitoëder noch das Leucitoid ist bis jetzt als selbstständige Gestalt an künstlichen Krystallen beoachtet worden, nur sehr selten kommen die Leucitoëderflächen in Combination mit dem Octaëder beim Chromalaun in der Weise vor, wie man Fig. 27 sieht.

Wenn auf jede Fläche des Würfels Fig. 30 eine vierseitige Pyramide aufgesetzt ist, deren Höhe halb so gross ist, als die Seite der Basis, so entsteht der Pyramidenwürfel Fig. 31, welcher

Fig. 30.

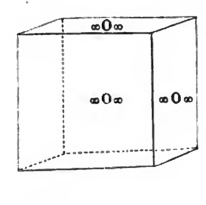
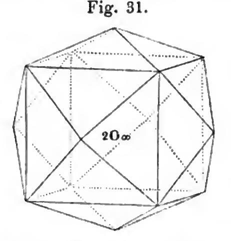


Fig. 31.



auch Viermalsechsflächner oder Tetrakishexaëder genannt wird. Diese Form kommt selbstständig beim Gold vor.

Untersuchen wir die Lage der Flächen des Körpers Fig. 31 genauer, so finden wir, dass jede Fläche desselben mit einer der drei Axen parallel läuft, die beiden anderen aber in Entfernungen schneidet, welche sich zu einander verhalten wie 1 zu 2, die Flächen

des Pyramidenwürfels Fig. 31 sind deshalb zu bezeichnen durch $a : 2a : \infty a$ oder durch $2 O \infty$, wie dies auch in Fig. 31 geschehen ist.

Es giebt noch andere Pyramidenwürfel, bei welchen das Verhältniss der Höhe der Pyramide zur Seite der Basis ein anderes, jedoch immer ein rationales ist, doch kommen diese Pyramidenwürfel meist nur in Combinationen vor. Die bis jetzt beobachteten Verhältnisse der Höhe der Pyramide zur Seite der Basis sind 2 zu 3, 1 zu 2, 2 zu 5, 1 zu 3, 1 zu 5, und die diesen Verhältnissen entsprechende Bezeichnung dieser Flächen ist demnach $\frac{3}{2} O \infty$, $2 O \infty$, $\frac{5}{2} O \infty$, $3 O \infty$ und $5 O \infty$.

Die Fig. 32 stellt eine Combination des Würfels mit dem Pyramidenwürfel $3 O \infty$ dar, wie sie am Flussspath beobachtet wird.

Fig. 32.

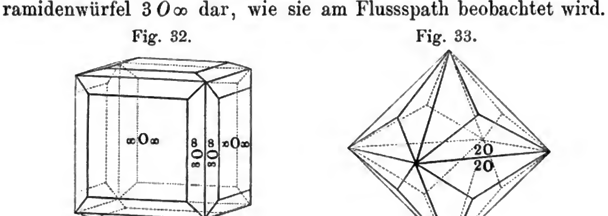
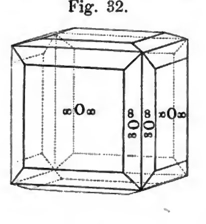


Fig. 33.



Dadurch, dass auf jede Fläche des Octaëders eine dreiseitige Pyramide aufgesetzt erscheint, entsteht der Dreimalachtflächner oder das Triakisoctaëder Fig. 33. Jede der Flächen dieses Körpers schneidet zwei der drei Axen in gleicher Entfernung vom Mittelpunkte und würde bei gehöriger Verlängerung die dritte in einer doppelt so grossen Entfernung vom Mittelpunkte schneiden, diese Flächen sind also durch die Formel $(a : a : 2a)$ charakterisirt und nach Naumann mit $2O$ zu bezeichnen.

Sowie es verschiedene Pyramidenwürfel gibt, so hat man auch verschiedene Triakisoctaëder zu unterscheiden. Ausser dem Triakisoctaëder $2O$ kommen namentlich noch die den Bezeichnungen $\frac{3}{2}O$ und $3O$ entsprechenden vor.

Die Besprechung der noch übrigen, seltner vorkommenden Formen des regulären Systems würde uns zu weit führen.

DAS QUADRATISCHE SYSTEM.

Die Grundform dieses Systems ist ein Quadratoctaëder, wie solche in Fig. 34 und Fig. 35 dargestellt sind, d. h. ein Octaëder, welches sich von den regulären dadurch unterscheidet, dass zwei Axen unter sich, aber nicht der dritten gleich sind. Die letztere ausgezeichnete Axe wollen wir die Hauptaxe nennen und uns dieselbe stets vertical gestellt denken.

Die Hauptaxe steht zu den beiden anderen nicht in einem rationalen Verhältniss; sie ist bald grösser, bald kleiner als die Nebenaxen, doch ist das Axenverhältniss für Krystalle ein- und

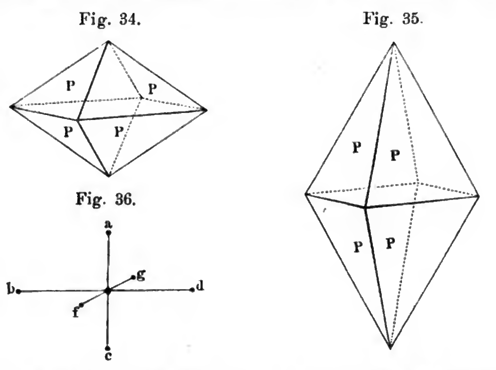


Fig. 34. Fig. 35. Fig. 36.

derselben Substanz stets dasselbe. Fig. 36 stellt z. B. das Axenkreuz dar, wie es den Krystallen Fig. 34 des arseniksauren Kalis entspricht; hier sind die Axen fg und bd einander gleich. Nimmt man die Länge dieser Axen zur Einheit, so ist für dieses Salz die verticale Axe gleich 0,66. Fig. 35 stellt die Grundform des Blut-

laugensalzes dar, bei welchem die Hauptaxe grösser ist als die Nebenaxen, und zwar im Verhältniss wie 1,77 zu 1.

Bezeichnen wir die Länge einer Nebenaxe des quadratischen Octaëders mit a, die Länge seiner Hauptaxe mit c, so ist die Bezeichnung für eine Fläche desselben $(a : a : c)$.

Naumann bezeichnet die Flächen des Quadratoctaëders einfach mit P, wie dies auch in Fig. 34 und 35 geschehen ist.

Die acht Flächen des Quadratoctaëders sind keine gleichseitigen, sondern nur gleichschenkelige Dreiecke, doch nähern sie sich den ersteren um so mehr, je weniger die Hauptaxe von den beiden anderen verschieden ist.

Die Kanten des Quadratoctaëders sind nicht alle einander gleich, man hat hier zweierlei Kanten zu unterscheiden; die vier horizontalen Kanten nämlich, welche ein Quadrat bilden, sind unter sich gleich; von diesen sind aber die übrigen Kanten verschieden, von denen vier in der oberen und vier in der unteren Spitze zusammenlaufen. Daraus folgt nun, dass man am Quadratoctaëder auch zweierlei Ecken zu unterscheiden hat, das obere und untere Eck wird nämlich durch vier gleichartige Kanten gebildet, während die übrigen vier unter sich gleichen Ecken durch verschiedenartige Kanten gebildet werden.

Deshalb kann auch das obere und das untere Eck abgestumpft sein, ohne dass es die übrigen sind, wie dies in Fig. 37 und 38 der Fall ist. Diese Abstumpfungsfläche des oberen und unteren Ecks,

Fig. 37.

Fig. 38.

welche rechtwinklig auf der Hauptaxe steht, wollen wir die gerade Endfläche nennen und sie nach Naumann in allen folgenden Figuren mit oP bezeichnen. Der Grund dieser Bezeichnung wird etwas weiter unten angegeben werden.

Die Weiss'sche Bezeichnung dieser geraden Endfläche ist

$$(c : \infty a : \infty a),$$

weil sie mit den beiden Nebenaxen parallel läuft, dieselben also nur in unendlicher Entfernung schneidet.

Als Beispiele einer Combination des Quadratoctaëders mit der geraden Endfläche kann das Blutlaugensalz und das schwefelsaure Nickeloxyd angeführt werden.

Durch Abstumpfung der vier Octaëderecken, welche die horizontalen Axen begränzen, entsteht die Combination Fig. 39. Jede der abstumpfenden Flächen steht auf einer der horizontalen Axen rechtwinklig und läuft mit der Hauptaxe parallel. Diese Flächen sind also durch die Formel

$$a : \infty a : \infty c$$

charakterisirt und nach Naumann analog den Würfelflächen des regulären Systems durch $\infty P \infty$ zu bezeichnen.

Die Combination Fig. 39 kommt beim Honigstein vor. Fig. 40 stellt eine beim Kupferchlorid-Chlorkalium häufig vorkommende Verzerrung der idealen Form Fig. 39 vor.

Fig. 39.

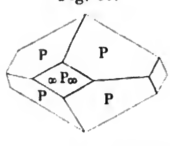
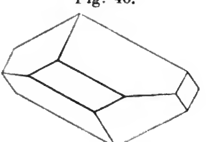


Fig. 40.



Wenn die vier Abstumpfungsflächen $\infty P \infty$ so weit wachsen, dass sich je zwei derselben in einer Kante schneiden, so bilden sie eine quadratische Säule. Fig. 41 stellt eine Combination dieser etwas verlängerten Säule mit den Octaëderflächen dar.

Fig. 42 ist eine Combination dieser Säule mit der Endfläche oP.

Fig. 41.

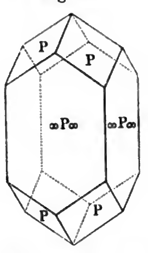


Fig. 42.

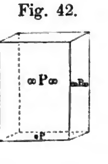


Fig. 43.

Gehen wir nun zu der Betrachtung derjenigen Figuren über, welche durch Abstumpfung der Kanten des Quadratoctaëders entstehen.

Die vier horizontalen Kanten können für sich abgestumpft sein, ohne dass es die übrigen sind; durch diese Abstumpfung entsteht die Combination Fig. 43. Jede der Abstumpfungsflächen schneidet die beiden horizontalen Axen in gleicher Entfernung vom Mittelpunkt und läuft mit der Hauptaxe parallel, ihre Lage ist also durch die Formel

$$a : a : \infty c$$

gegeben. Diese nur mit der Hauptaxe parallelen Flächen werden nach Naumann mit ∞P bezeichnet, wie sich denn überhaupt alle vor P angebrachten Zeichen auf die Hauptaxe beziehen, während alle hinter P gesetzten Zeichen für eine Nebenaxe gelten. Die vier Flächen ∞P bilden eine quadratische Säule, welche in Fig. 44 mehr verlängert erscheint.

Fig. 45 ist eine Combination der Säule ∞P mit der Endfläche oP.

Wir haben hier eine zweite quadratische Säule kennen gelernt, welche sich von der ersteren, deren Flächen (als der Hauptaxe und einer Nebenaxe parallel) mit $\infty P \infty$ bezeichnet wurden, nur durch ihre Stellung gegen das Octaëder unterscheidet; die Octaëderflächen sind nämlich auf den Flächen der Säule ∞P (wie in Fig. 44) und auf den Kanten der Säule $\infty P \infty$ (Fig. 41) aufgesetzt.

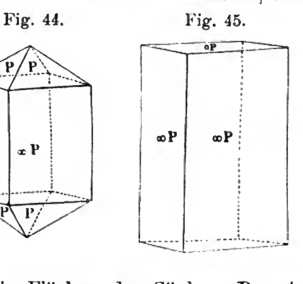


Fig. 44. Fig. 45.

Die Flächen der Säule $\infty P \infty$ stumpfen die rechtwinkligen Kanten der Säule ∞P ab, und umgekehrt, wie man Fig. 46 sieht, welche eine Combination der Säule $\infty P \infty$ mit der Säule ∞P und der geraden Endfläche oP darstellt, eine Combination, welche unter anderen am essigsauren Kalkkupfer beobachtet wird.

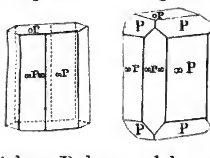


Fig. 46. Fig. 47.

Die Fig. 47 stellt eine Combination der vorigen Figur mit den Octaëderflächen P dar, welche ebenfalls am essigsauren Kalkkupfer vorkommt.

Durch Abstumpfung der Seitenkanten des Quadratoctaëders entsteht die Combination Fig. 48. Nach Naumann werden diese Flächen mit $P\infty$ bezeichnet und damit ausgedrückt, dass sie mit einer Nebenaxe parallel laufen, die Hauptaxe aber in dem einfachen Abstand c die andere Nebenaxe im einfachen Abstand a vom Mittelpunkte schneiden. Denken wir uns die Abstumpfungsflächen $P\infty$ bis zum Verschwin-

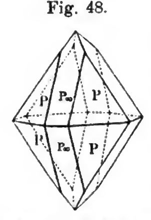
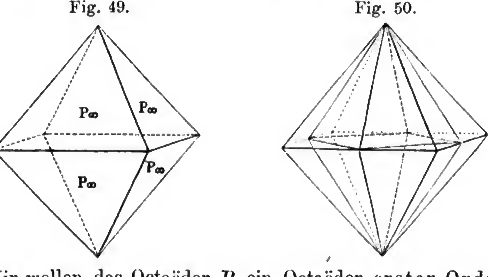


Fig. 48.

den der Octaëderflächen P ausgedehnt, so entsteht der Körper Fig. 49.

Die acht Flächen $P\infty$ bilden nun für sich allein ebenfalls ein Octaëder mit quadratischer Basis, welches zu dem Octaëder P in einer ähnlichen Beziehung steht, wie die quadratische Säule ∞P zur quadratischen Säule $\infty P\infty$; die horizontalen Kanten des einen Octaëders machen nämlich einen Winkel von 45° mit denen des anderen, doch sind die Flächen des Octaëders P nicht die Abstumpfungsflächen der Seitenkanten des Octaëders $P\infty$.

Fig. 49. Fig. 50.



Wir wollen das Octaëder P ein Octaëder **erster Ordnung**, das Octaëder $P\infty$ aber ein Octaëder **zweiter Ordnung** nennen.

Um die gegenseitige Stellung eines Octaëders zweiter Ordnung zu den entsprechenden Octaëdern erster Ordnung anschaulich zu machen, sind beide in Fig. 50 zusammengestellt.

Für sich allein betrachtet ist gar kein Grund vorhanden, das Octaëder Fig. 49 von einem anderen Quadratoctaëder zu unterscheiden, es ist kein Grund vorhanden, warum man nicht die Diagonalen der Basis des Octaëders Fig. 49 als die Axen des Krystalls ansehen und in der Zeichnung es so stellen sollte, wie das Octaëder Fig. 35; die Unterscheidung in Octaëder erster und zweiter Ordnung erhält erst dadurch eine Bedeutung, dass beide Octaëder combinirt an demselben Krystall vorkommen. Man betrachtet in solchen Fällen dasjenige als das Octaëder erster Ordnung, dessen Flächen am meisten ausgedehnt sind.

Das obere und das untere Eck der Quadratoctaëder erscheinen oft durch vier Flächen in der Weise abgestumpft, wie in Fig. 51. Diese vier Abstumpfungsflächen bilden zusammen eine vierseitige Pyramide von quadratischer Basis; wenn man sich nun die Flächen der stumpferen Pyramiden bis zum Verschwinden der Flächen des primitiven Octaëders P verlängert denkt, so entsteht auf diese

Weise ebenfalls ein Quadratoctaëder, welches sich von dem ersteren nur dadurch unterscheidet, dass es stumpfer ist.

Durch die stumpfere vierseitige Pyramide, deren Flächen in Fig. 51 mit $^1/_2\,P$ bezeichnet sind, wird die Spitze der unteren steileren Pyramide abgestumpft. Denken wir uns diese Spitze auf die Basis der Pyramide $^1/_2\,P$ aufgesetzt, wie es in Fig. 52 dadurch geschehen ist, dass die Kanten der unteren Pyramide bis zu ihrer Durchschneidung verlängert werden, so hat man eine spitzere und eine stumpfere Pyramide von gleicher Basis.

Fig. 51.

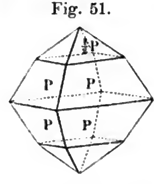
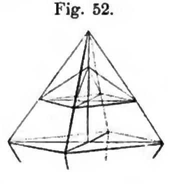


Fig. 52.



Die Höhen der spitzeren und stumpferen Pyramiden stehen aber bei gleicher Basis stets in einem einfachen Verhältniss. In unserer Figur ist die Höhe der stumpferen Pyramide nur $^1/_2$ von der der spitzeren; deshalb sind auch die Flächen dieser stumpferen Pyramide in Fig. 51 mit $^1/_2\,P$ bezeichnet. Es kommen auch noch stumpfere Pyramiden vor, deren Höhe nur $^1/_3$, $^1/_4$ von der Höhe des durch sie abgeschnittenen Stückes des Octaëders P ist; die Flächen dieser Pyramiden werden mit $^1/_3\,P$, $^1/_4\,P$ .... $\frac{1}{n}\,P$ u.s.w. bezeichnet.

Fig 53 stellt eine Combination des Hauptoctaëders P mit dem nächst stumpferen Octaëder $^1/_2\,P$ und der geraden Endfläche $o\,P$ dar, wie sie beim schwefelsauren Nickeloxyd vorkommt.

Fig. 53.

Je kleiner bei gleicher Basis die verticale Axe der Pyramiden $\frac{1}{n}\,P$ wird, desto flacher werden dieselben; sie gehen endlich in eine horizontale, auf der verticalen Hauptaxe rechtwinklig stehende Fläche, die **gerade Endfläche**, über, wenn $\frac{1}{n}$ gleich o wird, weshalb denn auch die gerade Endfläche der Hauptaxe mit $o\,P$ bezeichnet wird, wie dies bereits oben angeführt wurde.

Ebenso, wie mit dem Octaëder P die stumpferen Octaëder $^1/_2\,P$, $^1/_3\,P$, ... $o\,P$ vorkommen, so kommen auch noch spitzere Octaëder $2\,P$, $3\,P$, $4\,P$ u. s. w. vor, deren obere und untere Spitze durch das Octaëder P abgestumpft wird. Eine in diese Reihe ge-

hörige Pyramide aber, deren Höhe für eine bestimmte Grösse der quadratischen Basis unendlich wird, also die Pyramide ∞P, ist nichts anderes als die verticale quadratische Säule, wie sie in den Figuren 43, 44, 45 u. s. w. vorkommt und deren Flächen deshalb auch mit ∞P bezeichnet werden.

So wie es spitzere und stumpfere Octaëder erster Ordnung giebt, so giebt es auch spitzere und stumpfere Octaëder zweiter Ordnung. Die Flächen desjenigen Octaëders zweiter Ordnung, welches die Kanten des Octaëders P gerade abstumpft, wie Fig. 54,

Fig. 54.

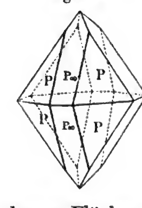
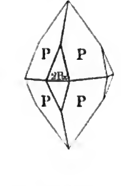


Fig. 55.



sind, wie wir bereits gesehen haben, mit $P\infty$ zu bezeichnen. Ihre Durchschnittslinien mit den Flächen des Octaëders P sind stets mit den abgestumpften Kanten des Octaëders P parallel.

Fig. 55 stellt eine Combination des Octaëders P mit einem Octaëder zweiter Ordnung dar, dessen Flächen $2P\infty$ (Flächen, welche die Hauptaxe im Abstand $2c$ die eine Nebenaxe im Abstand a schneiden und mit der zweiten Nebenaxe parallel laufen) die Kanten eines steileren Octaëders erster Ordnung, und zwar die des Octaëders $2P$, gerade abstumpfen würden. In diesem Falle sind die Kanten, in welchen eine Fläche $2P\infty$ zwei neben einander liegende Octaëderflächen P schneidet, nicht parallel, sondern nach der Mitte des Krystalls hin divergirend.

Fig. 56 zeigt eine Combination zweier Octaëder erster Ordnung mit der geraden Endfläche oP und dem Octaëder zweiter Ordnung $P\infty$. Man sieht hier, wie die Fläche $P\infty$ die Kanten

Fig. 56.

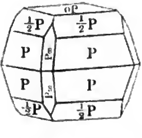
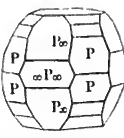


Fig. 57.



des entsprechenden Octaëders P gerade, die des stumpferen Octaëders $^1/_2\,P$ aber nicht gerade abstumpft.

Diese Combination sowie die folgende Fig. 57 wird am schwefelsauren Nickeloxyd beobachtet.

Fig. 57 ist eine Combination dreier Octaëder erster Ordnung mit der Endfläche oP, dem Octaëder zweiter Ordnung $P\infty$ und den Säulenflächen $\infty P\infty$, welche auf einer der horizontalen Axen rechtwinklig stehen.

DAS HEXAGONALE SYSTEM.

Dem Octaëder des quadratischen Systems entspricht als Grundform des hexagonalen eine doppelt sechsseitige Pyramide, wie eine solche in Fig. 58 dargestellt ist.

Die gemeinschaftliche Basis der beiden sechsseitigen Pyramiden ist ein regelmässiges Sechseck; es ist in Fig. 59 unverkürzt

Fig. 58.

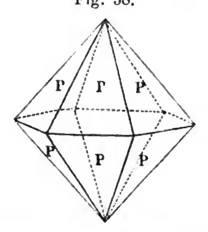
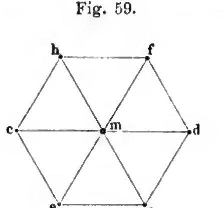


Fig. 59.

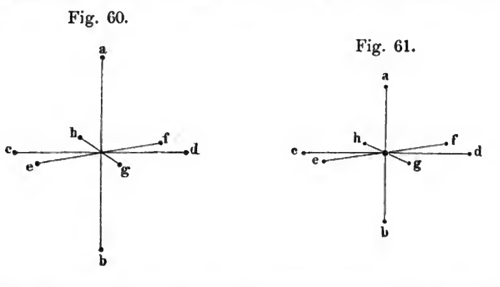


dargestellt. Die drei Linien *cd*, *ef* und *gh*, welche durch den Mittelpunkt *m* dieses Sechsecks gehend je zwei diametral gegenüberliegende Ecken desselben verbinden, bilden die drei gleichen horizontalen Axen, welche sich je zwei unter einem Winkel von 60° schneiden. Die Hauptaxe, welche auf der Ebene der drei anderen rechtwinklig steht, verbindet die Spitze der oberen mit der Spitze der unteren Pyramide.

Die zur Ebene der Nebenaxen rechtwinklige Hauptaxe steht nun auch hier, was ihre Grösse betrifft, nicht in einem rationalen Verhältniss zu den Nebenaxen. Bezeichnen wir mit 1 die Länge einer Nebenaxe, so ist die Länge der Hauptaxe für Bergkrystall 1,1, während sie für Kalkspath 0,83 ist. Demnach stellt Fig. 60 (a. f. S.) das Axensystem für Bergkrystall, Fig. 61 stellt dasselbe für Kalkspath dar.

Bezeichnen wir die Länge der Hauptaxe des hexagonalen Axenkreuzes mit c, die Länge jeder der drei Nebenaxen mit a, so

Fig. 60. Fig. 61.



ist die Lage einer jeden der Pyramidenflächen P des Körpers Fig. 58 durch die Formel

$$(a : a : \infty a : c)$$

gegeben, denn jede der Flächen P läuft mit einer Nebenaxe parallel, während sie die beiden anderen in einem Abstand a, die Hauptaxe aber in einem Abstand c von dem Mittelpunkt des Krystalls schneidet.

An der sechsseitigen Doppelpyramide Fig. 58 sind zweierlei Ecken zu unterscheiden, denn die Spitzen der oberen und unteren Pyramide sind einander gleich, aber von den sechs übrigen abermals unter sich gleichen Ecken verschieden.

Auch die Kanten des Körpers Fig. 58 sind von zweierlei Art; die sechs horizontalen Kanten, welche die gemeinschaftliche Basis der beiden Pyramiden bilden, sind unter sich gleich; eben so sind die sechs Seitenkanten der oberen und die sechs Seitenkanten der unteren Pyramide unter sich gleich.

Wenn die sechs horizontalen Kanten durch Flächen abgestumpft werden, welche der Hauptaxe parallel sind, so bilden diese Abstumpfungsflächen unter sich eine sechsseitige Säule, deren Flächen, analog denen der quadratischen Säule Fig. 45 mit ∞P bezeichnet werden und deren Lage durch die Formel

$$(a : a : \infty a : \infty c)$$

gegeben ist, da diese Säulenflächen sowohl mit einer Nebenaxe als auch mit der Hauptaxe parallel laufen. Fig. 62 stellt die Combination dieser Säule mit den Flächen der sechsseitigen Doppelpyramide dar.

In Fig. 63 erscheint die reguläre sechsseitige Säule oben und

unten durch eine auf der Hauptaxe rechtwinklige Fläche, die gerade Endfläche oP, begränzt.

Fig. 64 stellt eine Combination der regulären sechsseitigen Säule mit der sechsseitigen Pyramide und der geraden Endfläche dar.

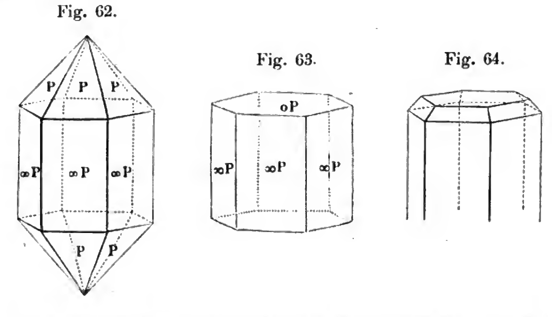


Fig. 62. Fig. 63. Fig. 64.

Die Krystallform Fig. 58 und 62 wird häufig beim Bergkrystall beobachtet, Fig. 63 kommt beim Kalkspath vor. Fig. 64 ist eine beim Apatit zu beobachtende Combination. Auch der salzsaure Kalk krystallisirt in regelmässig sechsseitigen Säulen.

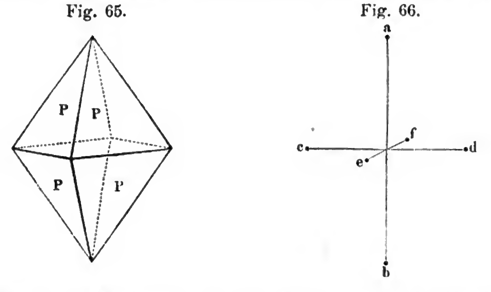
Wie im quadratischen System kommen auch an den Krystallen des hexagonalen Systems noch andere Pyramiden vor, welche sich von der die Grundform bildenden Pyramide nur dadurch unterscheiden, dass bei ihnen die Hauptaxe 2 mal, 3 mal, 4 mal u. s. w. grösser oder kleiner ist als bei der Grundform, Flächen also, welche mit $2P$, $3P$, $4P$ u. s. w. oder mit $\frac{1}{2}P$, $\frac{1}{3}P$, $\frac{1}{4}P$ u. s. w. zu bezeichnen sind.

Den quadratischen Pyramiden und den quadratischen Säulen zweiter Ordnung, wie sie im quadratischen System vorkommen, entsprechen reguläre sechsseitige Pyramiden und Säulen zweiter Ordnung im hexagonalen System. Durch die Combination von sechsseitigen Pyramiden erster und zweiter Ordnung können reguläre zwölfseitige Pyramiden entstehen, durch die Combination einer regulären sechsseitigen Säule erster Ordnung mit einer solchen zweiter Ordnung aber entsteht eine reguläre zwölfseitige Säule.

DAS RHOMBISCHE SYSTEM.

Die drei Axen des Octaëders, welches man als Grundform dieses Systems betrachtet, stehen zwar rechtwinklig auf einander, wie beim regulären und quadratischen System, aber keine ist der anderen gleich. Das Grössenverhältniss der drei Axen zu einander ist für die verschiedenen Körper, welche zu diesem Krystallsystem gehören, nicht dasselbe; für Salpeter verhalten sie sich wie 1 : 0,701 : 0,589, für schwefelsaures Kali wie 1 : 1,303 : 1,746, für den natürlichen Schwefel wie 1 : 0,8 : 1,9. Je nachdem das Grössenverhältniss der Axen ein anderes ist, wird auch der Habitus des Octaëders ein anderer sein. So stellt z. B. Fig. 65 das Octaëder und Fig. 66 das Axenkreuz des Salpeters dar, während Fig. 67

Fig. 65. Fig. 66.



und Fig. 68 das Octaëder und das Axenkreuz des natürlichen Schwefels darstellen.

Da hier keine Axe vor der anderen ausgezeichnet ist, wie dies beim quadratischen System der Fall war, so liegt kein Grund vor, irgend eine Axe als Hauptaxe zu betrachten. Durch die Form des Octaëders an und für sich ist die Wahl der verticalen Axe nicht

bedingt. Man nimmt in der Regel diejenige Axe zur Hauptaxe, welche durch den Habitus der Krystalle ausgezeichnet ist; so nimmt man z. B. bei allen Körpern dieses Systems, welche in Form von Säulen krystallisiren, diejenige Axe zur verticalen, welche den Säulenkanten parallel ist.

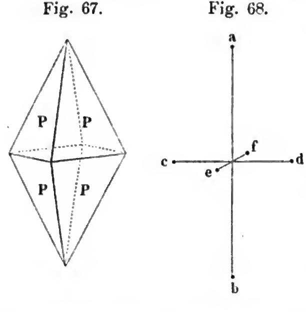


Fig. 67. Fig. 68.

Während je vier in einer Ebene liegende Kanten des regulären Octaëders ein Quadrat bilden, während dies für die vier horizontalen Kanten des Quadratoctaëders der Fall ist, bilden je vier in einer Ebene liegende Octaëderkanten dieses Systems stets eine **Raute** oder einen **Rhombus**; das Viereck, welches durch die vier horizontalen Kanten des Rhombenoctaëders gebildet wird (in Fig. 69 ist die durch die vier horizontalen Kanten des Octaëders Fig. 65 gebildete Raute unverkürzt dargestellt), hat also ebenfalls zwei spitze und zwei stumpfe Winkel, seine beiden Diagonalen, also die beiden horizontalen Axen, sind nicht gleich. Hat man sich einmal darüber entschieden, welche Axe man zur verticalen nehmen will, so wollen wir den Krystall so stellen, dass die **grössere der beiden horizontalen Axen unverkürzt**, die **kleinere aber verkürzt erscheint**, also dem Beschauer zugekehrt ist. Diese Stellung ist bei den folgenden Figuren, wo nicht das Gegentheil ausdrücklich gesagt ist, beibehalten, die beiden spitzen Ecken der horizontalen Basis des Rhombenoctaëders erscheinen also rechts und links, die stumpfen vorn und hinten.

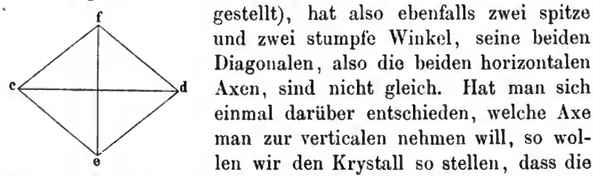


Fig. 69.

Auch die Flächen des **Rhombenoctaëders** werden mit P bezeichnet; ihre Lage ist durch die Formel

$$(a : b : c)$$

gegeben, in welcher c die Länge der vertical gestellten, a die Länge der **kleineren**, b die Länge der **grösseren** horizontalen Axe bezeichnet.

Von den sechs Ecken unseres Octaëders sind immer nur je zwei einander gleich, nämlich das obere und das untere, das vordere

und das hintere und endlich das Eck rechts und das Eck links; je zwei dieser Ecken können also auch abgestumpft sein, ohne dass es die anderen sind.

Wir wollen in dem Folgenden die Abstumpfungsfläche des oberen und unteren Ecks, welche rechtwinklig auf der verticalen Axe steht, entsprechend der ähnlich gelegenen Fläche des quadratischen Systems, mit oP bezeichnen und sie die gerade Endfläche nennen. Die Lage dieser geraden Endfläche ist durch die Formel

$$(c : \infty b : \infty a)$$

charakterisirt. Fig. 70 stellt die Combination des Octaëders mit der geraden Endfläche dar. Die Bezeichnung oP ist der Kleinheit der Abstumpfungsfläche wegen in Fig. 70 ganz weggelassen.

Fig. 70.

In Beziehung auf die Naumann'sche Bezeichnung gilt im rhombischen System, was bereits für das quadratische bemerkt wurde, dass sich nämlich alle vor P angebrachten Zeichen auf die Hauptaxe, alle hinter P angebrachten auf eine Nebenaxe beziehen; ob sie sich auf die grosse oder auf die kleine Nebenaxe beziehen, wird durch ein über P angebrachtes – oder ⌣ angedeutet.

Die Abstumpfungsfläche des vorderen und hinteren Ecks, welche auf der in der Figur verkürzt erscheinenden horizontalen Axe, also auf der kleinen Diagonale der horizontalen Basis des Rhombenoctaëders rechtwinklig steht, soll als mit der Hauptaxe und der Makrodiagonalen parallel laufend stets mit $\infty \bar{P} \infty$ bezeichnet und die brachydiagonale Endfläche (Endfläche der kleinen Diagonale) genannt werden; die mit $\infty \breve{P} \infty$ bezeichneten Abstumpfungsflächen (weil sie mit der Hauptaxe und der kleinen Diagonalen parallel laufen) der beiden Ecken rechts und links sollen dagegen die makrodiagonalen Endflächen (Endfläche der grossen Diagonale) heissen.

Man könnte die Endfläche $\infty \bar{P} \infty$ auch mit $\breve{P} o$ und die Endfläche $\infty \breve{P} \infty$ auch mit $\bar{P} o$ bezeichnen.

Fig. 71 stellt die Combination des Octaëders P mit der brachydiagonalen Endfläche $\infty \bar{P} \infty$, Fig. 72 die Combination des Octaëders mit der makrodiagonalen Endfläche $\infty \breve{P} \infty$ dar.

Beim regulären System waren die Abstumpfungsflächen aller Octaëderecken in gleicher Weise mit $\infty O \infty$ bezeichnet worden, weil sie alle gleich sind; beim quadratischen System waren nur die vier

Endflächen der horizontalen Axen mit demselben Zeichen $\infty P \infty$, die Endflächen der verticalen Axe aber mit $o P$ bezeichnet worden, dort hatten wir also schon zweierlei Ecken zu unterscheiden; beim rhombischen Octaëder endlich kommen dreierlei Ecken vor, deren Abstumpfungsflächen auch durch drei verschiedene Zeichen, $o P$, $\infty \bar{P} \infty$ und $\infty P \infty$, zu unterscheiden sind.

Fig. 71.

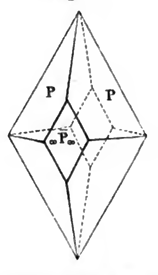


Fig. 72.

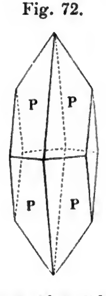
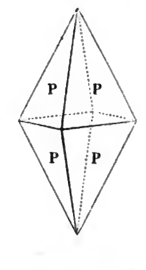


Fig. 73.



Unter den zwölf Kanten des Rhombenoctaëders, Fig. 73, haben wir auch dreierlei zu unterscheiden, es sind nämlich immer nur die vier in einer Ebene liegenden und eine Raute bildenden Kanten von einerlei Art, also 1) die vier horizontalen Kanten, 2) die vier Kanten, welche in der Ebene der verticalen und der grossen horizontalen Axe, und 3) die vier Kanten, welche in der Ebene der verticalen und der kleinen horizontalen Axe liegen.

Die vier Kanten, welche das obere und untere Eck mit den Ecken rechts und links verbinden, welche also in der Ebene der verticalen und der grossen horizontalen Axe liegen, wollen wir die makrodiagonalen Seitenkanten nennen, sie erscheinen in unserer Figur unverkürzt, die Raute, welche sie bilden, erscheint also hier in ihrer wahren Gestalt.

Die vier Octaëderkanten, welche die Endpunkte der verticalen Axe mit denen der kleinen horizontalen verbinden, wollen wir die brachydiagonalen Seitenkanten nennen; da sie in der Ebene der verticalen Axe und der in der Figur verkürzt erscheinenden horizontalen Axe liegen, so erscheint auch die von ihnen gebildete Raute verkürzt.

Durch Abstumpfung der vier horizontalen Kanten des Rhombenoctaëders entsteht eine vierseitige Säule von rhombischer Basis, deren Flächen wir in Fig. 74 (a. f. S.) wie in den

folgenden entsprechend der quadratischen Säule des vorigen Systems mit ∞P bezeichnen wollen; die Flächen derselben laufen mit der Hauptaxe parallel, während sie die bei den Nebenaxen in den einfachen Entfernungen a und b schneiden. Die von den vier Flächen ∞P gebildete Säule wird als verticale rhombische Säule oder als verticales rhombisches Prisma bezeichnet.

Zwei Kanten der Säule ∞P sind spitzwinklig, die beiden anderen aber sind stumpfwinklig, die ersteren wollen wir scharfe, die letzteren stumpfe Kanten nennen. In unserer Figur sind die stumpfen Kanten nach vorn und hinten gerichtet, die scharfen dagegen erscheinen rechts und links.

Fig. 75 zeigt eine Combination des verticalen Prismas ∞P mit den Octaëderflächen P, wie sie beim Zinkvitriol, dem Bittersalz u.s.w.

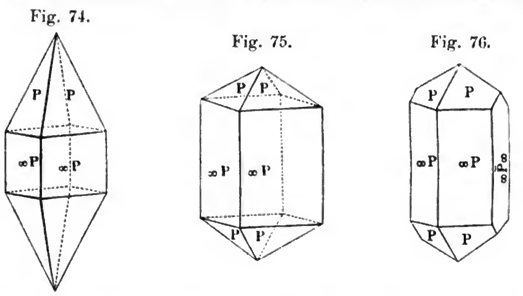


Fig. 74. Fig. 75. Fig. 76.

vorkommt. Bei diesen Salzen sind die beiden horizontalen Axen fast gleich, sie verhalten sich nämlich wie 1 zu 0,989; daher ist denn auch der horizontale Querschnitt oder die Basis der verticalen Säule ∞P hier fast rechtwinklig; der stumpfe Winkel beträgt nämlich 90° 38′, daher denn diese Krystalle fast das Ansehen einer quadratischen Säule haben.

Die stumpfen Kanten der Säule ∞P können durch die brachydiagonale Endfläche $\infty \bar{P} \infty$ abgestumpft werden.

Die spitzen Kanten der Säule können durch die makrodiagonale Endfläche $\infty \breve{P} \infty$, Fig. 76, abgestumpft werden, wie dies z. B. beim Zinkvitriol und dem Bittersalz der Fall ist.

Die Abstumpfungsflächen der vier makrodiagonalen Seitenkanten sind in Fig. 77 und in allen folgenden $\breve{P} \infty$ bezeichnet, weil sie mit der kleinen horizontalen Nebenaxe a parallel laufen, während sie die Hauptaxe im einfachen Abstand c, die grosse Nebenaxe im einfachen Abstand b schneiden. Sie bilden ein hori-

zontales rhombisches Prisma, welches wir das makrodiagonale horizontale Prisma nennen wollen.

Fig. 78 stellt eine beim Salpeter vorkommende Combination des verticalen Prismas ∞P mit dem horizontalen Prisma $\breve{P}\infty$ und der Endfläche $\infty\breve{P}\infty$ dar.

Fig. 79 stellt eine Form des Salpeters dar, an welcher ausser den Flächen Fig. 78 auch noch die Octaëderflächen vorkommen.

Fig. 77.

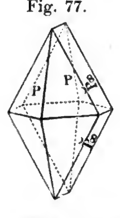


Fig. 78.

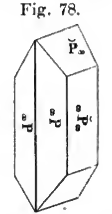


Fig. 79.

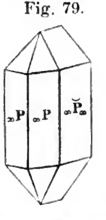


Fig. 80.

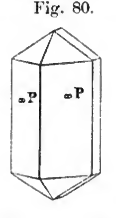


Fig. 80 stellt dieselbe Combination dar, wie sie beim Zinkvitriol und Bittersalz vorkommt.

Die Abstumpfungsflächen der vier brachydiagonalen Seitenkanten, welche durch die verticale und die kleine horizontale Axe gehen, sind in Fig. 81 und den folgenden (weil sie mit der Makrodiagonale parallel laufen) mit $\bar{P}\infty$ bezeichnet; sie bilden ein horizontales Prisma, welches wir das brachydiagonale Prisma nennen wollen.

Fig. 82 stellt eine Combination des brachydiagonalen Prismas $\bar{P}\infty$ mit dem verticalen Prisma ∞P dar. Es ist dies die Krystallform des ameisensauren Baryts.

Fig. 83 ist eine beim Bittersalz vorkommende Combination des verticalen Prismas ∞P mit den beiden horizontalen Prismen $\bar{P}\infty$ und $\breve{P}\infty$, dem Octaëder P und der makrodiagonalen Endfläche $\infty\breve{P}\infty$.

Fig. 81.

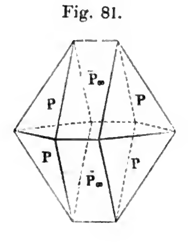


Fig. 82.

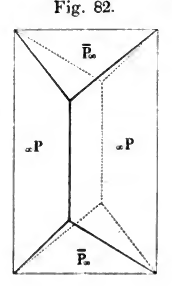
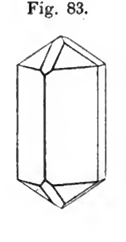


Fig. 83.



Wir haben nun der Reihe nach drei verschiedene Prismen kennen gelernt, welche den drei Axen parallel laufen, und unter diesen drei Prismen wird immer dasjenige zum verticalen gewählt, dessen Flächen am meisten vorherrschen, während dann die beiden anderen Prismen nur als kleinere Abstumpfungsflächen erscheinen.

Der horizontale Querschnitt des verticalen Prismas ∞P ist, wie schon erwähnt wurde, ein Rhombus, und die beiden Diagonalen dieser Raute sind die beiden horizontalen Axen; sie schneiden sich unter rechtem Winkel, Fig. 84. Dies Alles gilt jedoch nur so lange, als die einzelnen Flächen der Säule ∞P vollkommen gleichmässig ausgebildet sind; wenn jedoch eine der Flächen ∞P mehr nach Innen oder nach Aussen gerückt erscheint, wie dies in der Wirklichkeit meistens der Fall ist, so hat der horizontale Querschnitt nicht mehr die Form einer Raute, sondern eine Gestalt wie der schraffirte Theil in Fig. 85. Die Diagonalen dieses Querschnittes schneiden sich nun nicht mehr unter rechtem Winkel, sie sind also auch durchaus nicht mehr die horizontalen Axen. Nur bei dem idealen Krystalle fallen die Diagonalen des horizontalen Querschnitts mit den horizontalen Axen zusammen.

Fig. 84.

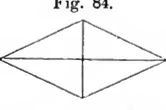
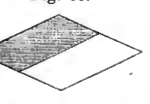


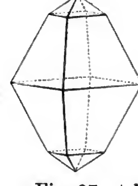
Fig. 85.



Dadurch, dass nicht alle Flächen der Säule ∞P gleichförmig ausgebildet sind, erscheint diese Säule bald mehr, bald weniger platt gedrückt. Es ist dies die gewöhnlichste Verzerrung der Krystalle des rhombischen Systems.

Ganz in derselben Weise, wie beim quadratischen System, kommen auch hier spitzere und stumpfere Octaëder vor, deren Flächen mit $2P$, $3P$ u. s. w. oder mit $\frac{1}{2}P$, $\frac{1}{3}P$ u. s. w. zu bezeichnen sind. Fig. 86 zeigt die Combination des Grundoctaëders mit dem stumpferen Octaëder $\frac{1}{3}P$, wie sie beim Schwefel vorkommt.

Fig. 86.



Die den Octaëdern $3P$, $2P$, $\frac{1}{2}P$, $\frac{1}{3}P$ u. s. w. entsprechenden horizontalen makrodiagonalen Prismen wollen wir mit $3\breve{P}\infty$, $2\breve{P}\infty$, $\frac{1}{2}\breve{P}\infty$, $\frac{1}{3}\breve{P}\infty$ u. s. w., die entsprechenden brachydiagonalen Prismen mit $3\bar{P}\infty$, $2\bar{P}\infty$, $\frac{1}{2}\bar{P}\infty$, $\frac{1}{3}\bar{P}\infty$ u. s. w. bezeichnen.

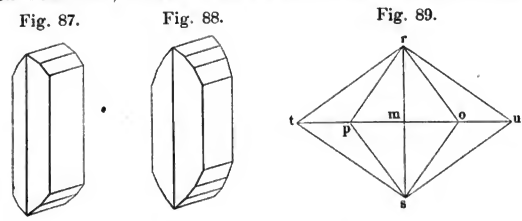
Fig. 87 stellt eine Combination der Säule ∞P mit der Abstumpfungsfläche $\infty\breve{P}\infty$ und zwei horizontalen makrodiagonalen Prismen, Fig. 88 aber eine Combination der Flächen ∞P und

$\infty P \infty$ mit drei horizontalen makrodiagonalen Prismen dar, wie sie beim Salpeter beobachtet werden.

So wie es verschiedene horizontale makrodiagonale und brachydiagonale Prismen giebt, so beobachtet man auch an derselben Krystallspecies verschiedene verticale Prismen. Die verschiedenen verticalen Prismen stehen zu einander in einem ganz ähnlichen Verhältnisse, wie die verschiedenen makrodiagonalen oder auch wie die verschiedenen brachydiagonalen horizontalen Prismen.

In Fig. 89 seien *rs* und *tu* die beiden horizontalen Axen desjenigen Octaëders, welches man als die Grundfigur einer Krystall-

Fig. 87. Fig. 88. Fig. 89.



species des rhombischen Systems annimmt, so ist die Raute *trus* zugleich der horizontale Querschnitt des zu diesem Octaëder gehörigen verticalen Prismas, dessen Flächen wir mit ∞P bezeichnet haben.

Bei derselben Krystallspecies können nun noch andere verticale Prismen vorkommen, für welche, wenn wir die Axe *rs* als unverändert betrachten, die andere horizontale Axe in einem einfachen Verhältnisse kleiner oder grösser geworden ist.

Der Punkt *o* liege in der Mitte zwischen *m* und *u*, *p* in der Mitte zwischen *m* und *t*, so wäre *pros* der ideale Querschnitt eines verticalen Prismas, dessen Diagonalen gleich sind der brachydiagonalen und der halben makrodiagonalen Axe der Grundform. Die Flächen dieses Prismas wollen wir mit $\infty \bar{P}\,{}^1/_2$ bezeichnen; ihre Lage ist durch die Formel

$$(a : {}^1/_2 b : \infty c)$$

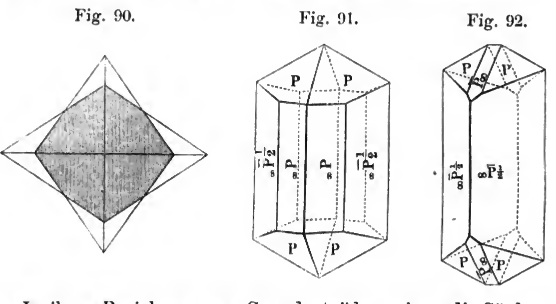
gegeben.

Denken wir uns die Seiten der Raute *pros* parallel mit sich selbst nach Aussen geschoben, so erhält man den horizontalen Querschnitt Fig. 90 (a. f. S.) einer Combination der verticalen Säulen ∞P und $\infty \bar{P}\,{}^1/_2$. Man sieht hier deutlich, wie die Flächen der Säule $\infty \bar{P}\,{}^1/_2$ die spitze Kante der Säule ∞P abschneiden.

Fig. 91 zeigt eine Combination der verticalen Säulen ∞P und $\infty \bar{P}\, ^1/_2$ mit dem Octaëder P, wie sie beim Topas vorkommt.

Solche verticale Flächen, welche für sich allein ein Prisma bilden, welches bei unveränderter Brachydiagonale eine doppelt so grosse Makrodiagonale hat als das Prisma ∞P, wollen wir mit $\infty \bar{P}\, 2$ bezeichnen. Diese Säulenflächen schneiden die stumpfen Kanten der Säule ∞P ab, gerade so wie die scharfen Kanten der Säule ∞P durch die Flächen $\infty \bar{P}\, ^1/_2$ abgeschnitten werden.

Fig. 90. Fig. 91. Fig. 92.



In ihrer Beziehung zum Grundoctaëder zeigen die Säulen ∞P und $\infty \bar{P}\, ^1/_2$ eine wesentliche charakteristische Verschiedenheit, die Octaëderflächen P sind nämlich auf den Flächen der zugehörigen Säule ∞P gerade aufgesetzt, d. h. die Kanten, in welchen die Säulenflächen ∞P mit den Octaëderflächen P sich schneiden, laufen wagerecht, sie stehen rechtwinklig auf den verticalen Kanten des Prismas, wie man dies Fig. 75 sieht, während die Durchschnittskanten der Flächen P und $\infty \bar{P}\, ^1/_2$ nicht wagerecht laufen, so dass bei Combinationen der Säule $\infty \bar{P}\, ^1/_2$ mit dem Octaëder P die einzelnen Flächen von $\infty \bar{P}\, ^1/_2$ nicht als längliche Rechtecke erscheinen.

In Fig. 92 sind die Flächen der Säule $\infty \bar{P}\, ^1/_2$ bis zum völligen Verschwinden der Säule ∞P ausgedehnt; die Säule $\infty \bar{P}\, ^1/_2$ ist hier mit dem Octaëder P und dem horizontalen Prisma $\bar{P} \infty$ combinirt.

Wir wollen nun die Betrachtung des rhombischen Systems mit der Untersuchung der Krystallform des schwefelsauren Kalis beschliessen, ein Körper, welcher in sehr verschiedenartigen Formen vorkommt, die sich aber alle auf dieselbe Grundform zurückführen lassen.

Um den Habitus der Krystalle des schwefelsauren Kalis deutlicher zu machen, ist es nöthig, von der bisher befolgten Regel, die grössere der beiden horizontalen Axen in der Figur unverkürzt

darzustellen, so dass sie von der Rechten zur Linken läuft, abzugehen. In den folgenden Zeichnungen mehrerer Formen des schwefelsauren Kalis ist die kleine horizontale Axe die unverkürzte, die grosse horizontale Axe aber die gegen den Beschauer gerichtete also verkürzt. In diesen Figuren sind also auch die vordere und hintere Kante des Prismas ∞P die spitzen Kanten dieser Säule.

Die Buchstaben der Figuren sind dieser veränderten Stellung entsprechend, so dass keine Verwechselung zu befürchten ist.

Fig. 93 zeigt das über die Axen des schwefelsauren Kalis construirte ideale Octaëder. Dieses Octaëder kommt für sich nicht vor. Bezeichnet man die verticale Axe mit 1, so ist die kleine horizontale, also die in unseren Figuren von der Linken zur Rechten laufende, unverkürzt erscheinende Axe 1,303, die grössere horizontale Axe aber ist 1,746.

Fig. 93.

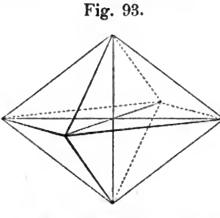


Fig. 94 stellt eine Combination des Octaëders P mit den Flächen der Säule $\infty \breve{P} 2$ dar, welche mit $\infty \bar{P}\,{}^1/_2$ identisch ist. Um die Entstehung dieser Combination leichter übersehen zu können, sind in Fig. 95 die durch die Flächen $\infty \breve{P} 2$ vom Octaëder P abgeschnittenen Ecken noch mit gezeichnet.

Fig. 94.

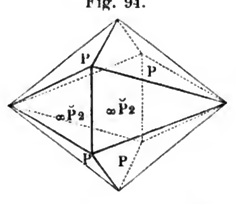
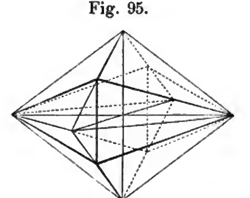


Fig. 95.



Diese Combination, welche häufig vorkommt, hat solche Aehnlichkeit mit einer doppeltseitigen Pyramide des hexagonalen Systems, dass sie auf den ersten Anblick leicht damit kann verwechselt werden.

Fig. 96 (a. f. S.) stellt eine Combination der Flächen Fig. 94 mit den Flächen $\infty \breve{P} \infty$ und $\breve{P} \infty$ vor, welche ebenfalls öfters beobachtet wird.

Denken wir uns die Säule $\infty P 2$ der Combination Fig. 94 in verticaler Richtung mehr ausgedehnt und die vordere Kante der-

selben durch die Fläche $\infty \breve{P} \infty$ abgestumpft, so entsteht die Combination Fig. 97.

Fig. 96.

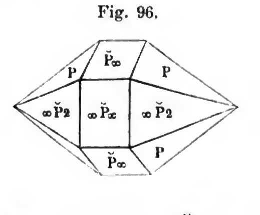
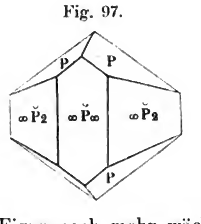


Fig. 97.



Wenn die Säule $\infty \breve{P} 2$ der vorigen Figur noch mehr wächst, die Abstumpfungsfläche $\infty \breve{P} \infty$ wegfällt und statt dessen die Flächen $\breve{P} \infty$ und $3 \breve{P} \infty$ auftreten, so erhält man die Krystallform Fig. 98, bei welcher die Octaëderflächen P nur noch eine verhältnissmässig geringe Ausdehnung haben.

Fig. 98.

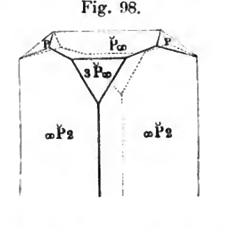


Fig. 99.

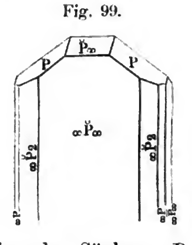


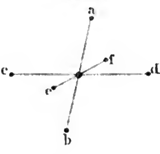
Fig. 99 endlich ist eine Combination der Säulen ∞P und $\infty P 2$ mit der Endfläche $\infty \breve{P} \infty$ und $\infty \bar{P} \infty$, den Octaëderflächen P und dem horizontalen Prisma $P \infty$. Durch Vorherrschen der Fläche $\infty \breve{P} \infty$ erscheint diese Combination mehr tafelförmig.

DAS MONOKLINISCHE SYSTEM.

Die Krystalle dieses Systems haben drei ungleiche Axen, von denen zwei sich nicht rechtwinklig schneiden; die dritte Axe steht rechtwinklig auf der Ebene der beiden schiefwinkligen.

Die Fig. 100 stellt ein diesem Systeme angehöriges Axenkreuz dar; die Axen *ab* und *cd* schneiden sich nicht unter rechtem Winkel, die Axe *ef* aber steht rechtwinklig auf der Ebene der beiden anderen Axen; die Axe *ef* macht also sowohl mit der Axe *cd* als auch mit der Axe *ab* einen rechten Winkel.

Fig. 100.



Der leichteren Uebersicht wegen sind sowohl in Fig. 100 als auch in den folgenden Figuren, welche Krystalle dieses Systems darstellen, die Axen so gestellt, dass die Ebene der beiden sich schiefwinklig schneidenden unverkürzt erscheint, dass sie also mit der Ebene des Papiers zusammenfällt; der Winkel der beiden Axen *ab* und *cd* erscheint demnach in allen diesen Figuren in seiner wahren Grösse, er kann unmittelbar in der Figur gemessen werden.

Die Ebene der beiden Axen *ab* und *cd* Fig. 100, welche sich nicht unter rechtem Winkel schneiden, heisst die symmetrische Ebene, während die rechtwinklig auf der symmetrischen Ebene stehende Axe *ef* die symmetrische Axe genannt wird.

Fig. 101.

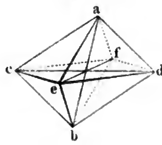


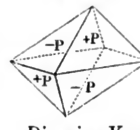
Fig. 101 stellt ein Octaëder des monoklinischen Systems dar. Dieses Octaëder unterscheidet sich wesentlich von den Octaëdern der früheren Systeme dadurch, dass es nicht durch acht gleichartige Flächen begränzt, dass es also gewissermaassen kein einfacher Körper mehr ist; auch kommt dieses Octaëder

nie selbstständig vor, sondern nur in Combination mit anderen Formen. Wenn wir das Octaëder als die Grundgestalt des monoklinischen Systems betrachten, um von ihm alle anderen Formen abzuleiten, so geschieht dies nur wegen der Gleichförmigkeit mit anderen Krystallsystemen.

Ihrer Länge nach sind die drei Axen des monoklinischen Systems nicht commensurabel. Wir wollen mit c die halbe Länge der schrägen Hauptaxe ab, mit a die Länge der halben symmetrischen Axe ef und mit b die halbe Länge der Axe cd bezeichnen.

Da die acht Flächen des monoklinischen Octaëders nicht gleichartig sind, so dürfen sie auch nicht alle mit den gleichen Buchstaben bezeichnet werden. Während man die Octaëderflächen oben rechts (aed und dfa, Fig. 101) und unten links (ceb und cfb) mit $+P$ bezeichnet, Fig. 102, führen die vier anderen Octaëderflächen (oben links und unten rechts) die Bezeichnung $-P$.

Fig. 102.



Die vier Kanten ce, ed, df und fc sind einander gleich, sie bilden eine Raute; ebenso sind die vier Kanten ae, eb, bf und fa unter einander gleich, oder allgemein gesagt, je vier Octaëderkanten, welche in einer auf der symmetrischen Ebene rechtwinkligen Ebene liegen, sind gleichartig.

Die vier Octaëderkanten, welche in der symmetrischen Ebene liegen, sind dagegen nicht gleichartig; die Kanten ad und cb, welche den spitzen Winkel der Axe ab und cd überspannen, sind von den Kanten ca und bd verschieden, welche dem stumpfen Winkel dieser Axen gegenüberliegen.

Die mit der Axe ab parallelen Abstumpfungsflächen der vier horizontalen Kanten ce, ed, df und fc bilden ein rhombisches Prisma, dessen Kanten gleichfalls mit der Axe ab parallel sind.

Die mit der Axe cd parallelen Abstumpfungsflächen der Kanten ae, eb, bf und fa bilden gleichfalls ein rhombisches Prisma, dessen Kanten mit der Axe cd parallel sind.

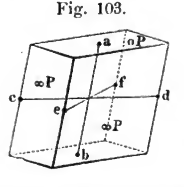
Wir wollen diese Säulen schiefe rhombische Säulen nennen, weil ihre Kanten, mit der einen Axe parallel laufend, auf der Ebene der beiden anderen schiefwinklig stehen.

An allen Krystallen dieses Systems ist eine schiefe rhombische Säule in der Weise vorherrschend, dass sie den Habitus des Krystalls bedingt; wir wollen diese Säule stets so stellen, dass die ihren Kanten parallele Axe zur schrägen Axe ab genommen wird.

Die Fig. 103 stellt die schiefe rhombische Säule, oben und

unten durch die Endflächen oP begränzt dar, welche mit der Ebene der beiden horizontalen Axen parallel läuft; wir wollen die vier Flächen dieser Säule in den folgenden Figuren stets mit ∞P (womit ausgedrückt sein soll, dass jede dieser Flächen mit der schräg gestellten Axe ab parallel läuft, die symmetrische Axe aber in der Entfernung a, die andere horizontale in der Entfernung b von dem Mittelpunkt schneidet) bezeichnen. Weil die schiefe rhombische Säule ∞P in allen Combinationen dieses Krystallsystems sehr entschieden ausgebildet ist, so können wir alle übrigen Formen von der Combination Fig. 103 ableiten; wir müssen deshalb diese Form noch näher betrachten.

Fig. 103.



An dem durch die Basis oP begränzten schiefen rhombischen Prisma kommen **zwölf** Kanten vor, die unter sich nicht alle gleichartig sind; man hat vier verschiedene Arten von Kanten zu unterscheiden. Gleichartig sind:

1) Die vordere und die hintere Säulenkante, welche durch die Axe ef verbunden werden.

2) die Säulenkante rechts und die Säulenkante links, welche durch die Axe cd verbunden werden.

Wenn sich die Flächen ∞P in der vorderen und hinteren Säulenkante unter einem spitzen Winkel schneiden, so treffen sie in den Säulenkanten rechts und links in einem stumpfen Winkel zusammen und umgekehrt.

3) Die beiden horizontalen Kanten oben rechts und unten links. In diesen Kanten treffen die Säulenflächen ∞P mit den Endflächen oP unter einem spitzen Winkel zusammen, wir wollen sie deshalb scharfe Grundkanten nennen.

4) An der oberen Gränzfläche die beiden Kanten auf der linken, an der unteren Gränzfläche die beiden Kanten auf der rechten Seite. In diesen Kanten treffen die Säulenflächen ∞P mit den Endflächen oP unter stumpfem Winkel zusammen, wir wollen sie deshalb die stumpfen Grundkanten nennen.

Die vordere und hintere Säulenkante werden durch eine Fläche abgestumpft, welche mit der symmetrischen Ebene parallel läuft, auf der symmetrischen Axe aber rechtwinklig steht. Diese Abstumpfungsfläche, welche wir mit $[\infty P \infty]$ bezeichnen wollen, was ausdrückt, dass diese Flächen mit den beiden Axen der symmetrischen Ebene parallel laufen, macht einen rechten Winkel mit

der Endfläche oP. Diese Fläche $[\infty P \infty]$ kommt, wie wir bald sehen werden, beim essigsauren Natron vor.

Die Säulenkanten rechts und links werden durch Flächen abgestumpft, welche mit der Ebene der Axen ab und ef parallel laufen, aber auf der Axe cd nicht rechtwinklig stehen. Diese Abstumpfungsflächen der beiden in die symmetrische Ebene fallenden Säulenkanten werden mit $\infty P \infty$ bezeichnet, wie dies auch in Fig. 104 und Fig. 105 geschehen ist. Die Flächen $\infty P \infty$ und oP

Fig. 104.

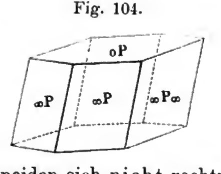
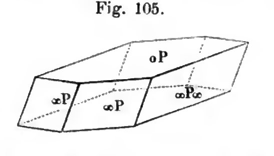


Fig. 105.



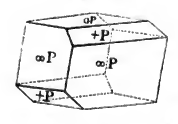
schneiden sich nicht rechtwinklig, sondern unter demselben Winkel, den auch die beiden Axen ab und cd mit einander machen.

Die Fläche $\infty P \infty$ auf der rechten Seite und die obere Fläche oP schneiden sich unter einem spitzen Winkel; ebenso die Fläche $\infty P \infty$ links und die untere Endfläche oP. Dahingegen sind die Kanten unten rechts und oben links, in welchen die Flächen $\infty P \infty$ und oP zusammentreffen, stumpfwinklige Kanten.

Die Fig. 104 stellt einen Zuckerkrystall, die Fig. 105 einen Bleizuckerkrystall dar.

Durch Abstumpfung der scharfen Grundkanten der Säule Fig. 103 entsteht die Combination Fig. 106, welche am ameisensauren Kupferoxyde beobachtet wird. Die Abstumpfungsflächen der scharfen Grundkanten sind nun keine anderen als die Octaëderflächen $+P$ Fig. 102. Da diese 4 Octaëderflächen mit den 4 anderen nicht gleichartig sind, so können sie auch ohne jene vorkommen.

Fig. 106.



Die 4 Octaëderflächen $-P$ sind die Abstumpfungsflächen der stumpfen Grundkanten, sie kommen in Combination mit der Säule ∞P und den Endflächen oP am essigsauren Natron vor, Fig. 107.

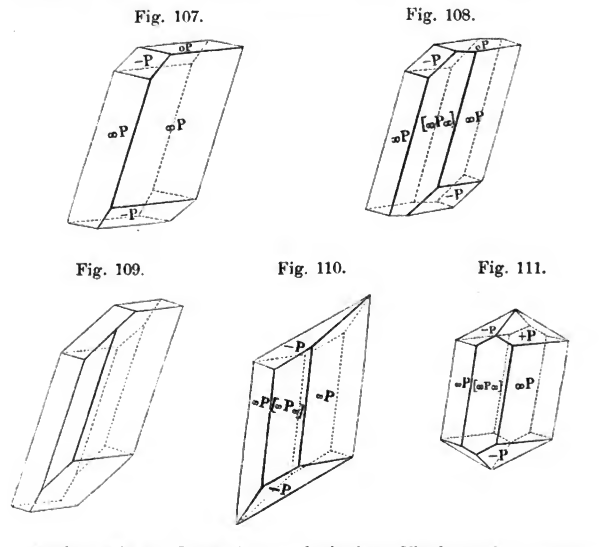
Fig. 108 stellt eine an demselben Salze vorkommende Combination der Säule ∞P, der Octaëderflächen $-P$, der schiefen Endfläche oP und der verticalen Abstumpfungsfläche $[\infty P \infty]$ vor. Fig. 109 ist dieselbe Combination, nur sind die Flächen $[\infty P \infty]$ weniger, die Flächen $-P$ mehr ausgebildet.

Die Fig. 110 stellt dieselbe Combination ohne die Endfläche

oP dar, wie sie beim Gyps vorkommt; Fig. 111 stellt eine andere Form des Gypses dar, an welcher ausser den Flächen $[\infty P \infty]$, ∞P und $-P$ noch die Octaëderflächen $+P$ vorkommen.

Fig. 107. Fig. 108.

Fig. 109. Fig. 110. Fig. 111.



Gehen wir zur Betrachtung derjenigen Flächen über, welche die **Ecken** der schiefen rhombischen Säule abstumpfen. Unter den 8 Ecken, welche an dem Körper Fig. 103 vorkommen, hat man drei verschiedene Arten zu unterscheiden:

1) Die beiden Ecken, welche die vordere, und die beiden Ecken, welche die hintere Säulenkante begränzen.

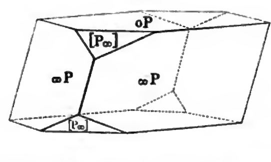
2) Das obere Eck der Säulenkante rechts und das untere Eck der Säulenkante links; hier treffen die erwähnten Säulenkanten unter spitzem Winkel mit den Endflächen oP zusammen.

3) Das untere Eck der Säulenkante rechts und das obere Eck der Säulenkante links; hier treffen die Säulenkanten unter stumpfem Winkel mit den Endflächen oP zusammen.

Die Flächen, welche diese Ecken abstumpfen, sind auch die Abstumpfungsflächen der Octaëderkanten, welche in die Ebene der Axen ab und ef, und derjenigen, welche in die Ebene der Axen ab und cd fallen.

Die Abstumpfungsflächen der Octaëderkanten ae, eb, bf und fa Fig. 101 treten an der schiefen rhombischen Säule als Abstumpfungsflächen der Ecken auf, durch welche die vordere und die hintere Säulenkante oben und unten begränzt werden, wie man dies in Fig. 112, einer Form des schwefelsauren Nickeloxydkalis, sieht. Diese Flächen, die wir mit $[P\infty]$ bezeichnen wollen (womit ausgedrückt sein soll, dass jede dieser Ebenen mit einer Axe, nämlich der horizontalen Axe der symmetrischen Ebene parallel läuft, während sie die symmetrische Axe in der Entfernung a, die schräge Säulenaxe aber in der Entfernung c vom Mittelpunkte schneidet), würden weiter ausgedehnt und bis zu ihrer gegenseitigen Durchschneidung wachsend ein horizontales Prisma bilden, dessen Kanten mit der Axe cd parallel laufen; wir wollen deshalb die 4 Abstumpfungsflächen $[P\infty]$ kurz die Flächen des horizontalen rhombischen Prismas nennen.

Fig. 112.



Die spitzen Ecken, welche die auf der rechten Seite liegende Säulenkante der Fig. 103 oben und die links liegende Säulenkante unten begränzen, werden, wie man in Fig. 113 sieht, durch Flächen begränzt, welche wir mit $+P\infty$ bezeichnen wollen. Wenn die Säulenkanten rechts und links durch die Flächen $\infty P\infty$ abgestumpft sind, so sind die Flächen $+P\infty$ die Abstumpfungsflächen der scharfen Kanten, in welchen $\infty P\infty$ und oP zusammen-

Fig. 113.

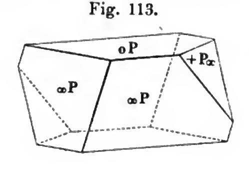
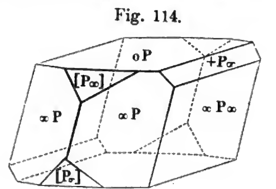


Fig. 114.



treffen, wie man dies Fig. 114 sieht, welche eine Combination des Zuckers vorstellt, an welcher ausser der schiefen rhombischen Säule ∞P den Endflächen oP, den Flächen $\infty P\infty$ und $+P\infty$ auch noch die Flächen des horizontalen rhombischen Prismas $[P\infty]$ vorkommen.

Fig. 115 ist eine beim Eisenvitriol vorkommende Combination

von $+P\infty$ mit der schiefen rhombischen Säule ∞P, der Endfläche oP und der Abstumpfungsfläche $[\infty P\infty]$.

Während das obere Eck der Säulenkante rechts ein spitzes ist, ist das untere ein stumpfes; ebenso ist die Säulenkante links oben durch ein stumpfes, unten durch ein spitzes Eck begränzt; es können aber sowohl die spitzen Ecken für sich allein abgestumpft sein, wie Fig. 113 und 115, beides Combinationen, welche beim Eisenvitriol vorkommen, als auch die stumpfen, welche in Fig. 116 abgestumpft erscheinen. Diese letzteren Flächen wollen wir zum Unterschiede von den Abstumpfungsflächen der spitzen Ecken mit $-P\infty$ bezeichnen. In Fig. 117 erscheinen die Flächen $+P\infty$ mit den Flächen $-P\infty$. Die Formen Fig. 116 und 117 kommen gleichfalls beim Eisenvitriol vor.

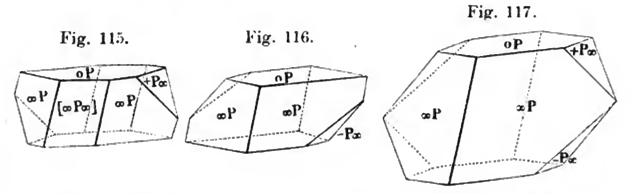


Fig. 115. Fig. 116. Fig. 117.

Wir bezeichneten mit $[P\infty]$, $-P\infty$ und $+P\infty$ solche Abstumpfungsflächen der Ecken der schiefen rhombischen Säule, welche zu gleicher Zeit die entsprechenden Kanten des Octaëders gerade abstumpfen, welches man als Grundoctaëder wählt; solche Abstumpfungsflächen der Ecken der schiefen rhombischen Säule aber, welche nicht die Kanten dieses, sondern eines stumpferen oder eines spitzeren Octaëders abstumpfen würden, wollen wir mit $[3P\infty]$, $[2P\infty]$, $[{}^1/_2P\infty]$, $[{}^1/_3P\infty]$ u. s. w. und mit $+3P\infty$, $+2P\infty$, $+{}^1/_2P\infty$, $+{}^1/_3P\infty$ u. s. w. oder endlich mit $-3P\infty$, $-2P\infty$, $-{}^1/_2P\infty$, $-{}^1/_3P\infty$ u. s. w. bezeichnen, je nachdem die schräge Axe dieser Octaëder im Verhältniss zu den horizontalen 3mal, 2mal, $^1/_2$mal oder $^1/_3$mal so gross ist, als die des Grundoctaëders. Wenn die Abstumpfungsflächen der Ecken der schiefen rhombischen Säule gleichzeitig mit Octaëderflächen vorkommen, so kann man leicht unterscheiden, ob sie die geraden Abstumpfungsflächen der Kanten dieses Octaëders sind oder ob sie die Kanten eines spitzeren oder eines stumpferen Octaëders gerade abstumpfen würden, oder nicht, je nachdem die Kanten, in welchen diese Abstumpfungsflächen auf beiden Seiten mit den Octaëderflächen zusammentreffen, der abgestumpften Octaëderkante parallel

sind oder nicht. So sind z. B. die Kanten, in denen die Fläche $+P\infty$, Fig. 118, einer Combination des Eisenvitriols, zu beiden Seiten mit den Octaëderflächen $+P$ zusammentrifft, einander parallel, ebenso in Fig. 119, in welcher die Octaëderflächen nur

Fig. 118.

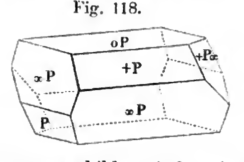
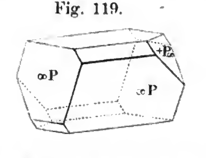


Fig. 119.



weniger ausgebildet sind, die Fläche $+P\infty$ ist also die gerade Abstumpfungsfläche einer Kante des Octaëders $+P$; dahingegen sehen wir, dass die Kanten, in denen die mit $+2P\infty$ bezeichnete Fläche, Fig. 120, zu beiden Seiten mit den Octaëderflächen $+P$ zusammentrifft, nach oben zusammenlaufen, und daraus ergiebt sich, dass die Fläche $+2P\infty$ die Kante eines spitzeren Octaëders ist, und zwar eines Octaëders, welches bei unveränderter Basis eine doppelte Höhe hat, gerade abstumpfen würde.

Dasselbe gilt auch von den Flächen, welche die Kanten abstumpfen, in denen sich die Octaëderflächen $+P$ und $-P$ schneiden; die Kante, in welcher die Fläche $[P\infty]$, Fig. 121 (gleichfalls

Fig. 120.

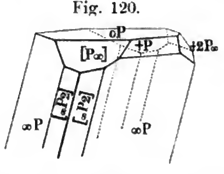
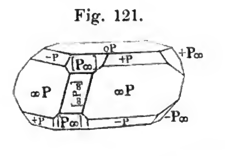


Fig. 121.

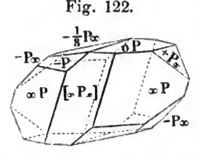


eine Form des Eisenvitriols), mit der Octaëderfläche $+P$ zusammentrifft, ist derjenigen parallel, in welcher $[P\infty]$ und $-P$ zusammentreffen, $[P\infty]$ ist also eine gerade Abstumpfungsfläche der Octaëderkante, in welcher $+P$ und $-P$ sich schneiden würden, wenn $[P\infty]$ nicht da wäre.

Wäre $[P\infty]$ durch eine Fläche ersetzt, welche die Kante eines spitzeren Octaëders gerade abstumpfen würde, so müssten die Kanten, in welchen diese Fläche mit den Flächen $+P$ und $-P$ sich schneidet, nach oben zusammenlaufen; wäre sie dagegen durch eine Fläche ersetzt, welche die Kante eines stumpferen Octaëders gerade abstumpfen würde, so würden die erwähnten Kanten nach oben auseinanderlaufen.

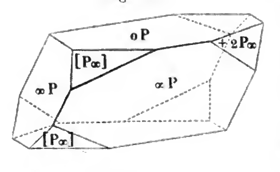
Eine höchst interessante beim Eisenvitriol vorkommende Combination ist die Fig. 122 abgebildete; es kommen an derselben ausser den Flächen ∞P, oP und $[\infty P \infty]$ noch die Flächen $+P\infty$ und $-P\infty$, die Octaëderflächen $-P$ und die Fläche $-\frac{1}{3}P\infty$ vor, welche zwischen oP und $-P\infty$ erscheint. Die Kanten, welche zu beiden Seiten die Fläche $-\frac{1}{3}P\infty$ begränzen, die Kanten also, in welchen $-\frac{1}{3}P\infty$ mit den Octaëderflächen $-P$ zusammenstösst, laufen nach oben hin auseinander, sie würden also die Kante eines stumpferen Octaëders gerade abstumpfen. Aus den Winkelmessungen ergiebt sich, dass das Octaëder, dessen Kante durch diese Fläche gerade abgestumpft würde, bei gleicher Basis eine dreimal geringere Höhe hat, dass es also das Octaëder $-\frac{1}{3}P$ ist und deshalb nennen wir diese Fläche $-\frac{1}{3}P\infty$.

Fig. 122.



Wenn in einer Combination zugleich die Abstumpfungsflächen verschiedener Ecken der schiefen rhombischen Säule ohne Octaëderflächen vorkommen, wie in Fig. 123, der Krystallform der Chinasäure, so hält es schwer, durch den blossen Anblick zu entscheiden, ob diese verschiedenen Abstumpfungsflächen die Kanten desselben oder verschiedener Octaëder gerade abstumpfen würden; hier kann nur die Winkelmessung entscheiden.

Fig. 123.



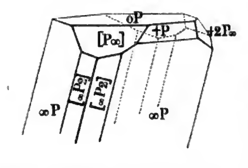
So wie bei dem rhombischen Systeme verschiedene rhombische Säulen vorkommen, die wir mit ∞P, $\infty P2$ u. s. w. bezeichnet haben, so kommen auch bei dem monoklinischen Systeme verschiedene schiefe rhombische Säulen vor, welche zu einander in demselben Verhältnisse stehen, wie die entsprechenden Säulenflächen des rhombischen Systems, und die wir deshalb auch hier mit ∞P, $[\infty P2]$ u. s. w. bezeichnen wollen.

Das Zeichen $[\infty P2]$ soll eben ausdrücken, dass die damit bezeichneten Flächen mit der schräg gestellten Axe parallel laufen, die symmetrische Axe in der Entfernung a, die andere horizontale Axe aber in der Entfernung $2b$ schneiden.

Fig. 124 (a. f. S.) stellt eine Combination des schwefelsauren Nickeloxydkalis vor, in welcher die Säulenflächen ∞P und $[\infty P2]$ vorkommen.

Die Krystalle dieses Systems erscheinen unter anderen besonders oft dadurch verzerrt, dass die 4 Flächen der Säule ∞P nicht gleichförmig ausgebildet sind, wodurch diese Säule plattgedrückt erscheint, und zwar ganz in der Art, wie wir es schon beim vorigen Systeme gesehen haben.

Fig. 124.



Ohne in eine nähere Betrachtung dieser Verzerrungen einzugehen, wollen wir nur eine näher untersuchen, welche manchmal beim Eisenvitriol vorkommt, und sehr geeignet ist, zu zeigen, wie sehr oft durch Verzerrungen der Grundtypus der Krystalle unkenntlich wird. Die Fig. 125 dargestellte Krystallform ist nichts als eine Verzerrung der idealen Gestalt Fig. 126, welche wir schon

Fig. 125.

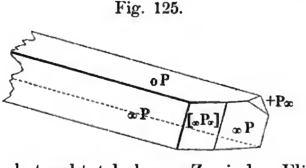
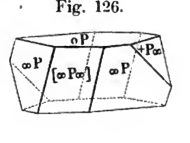


Fig. 126.



oben betrachtet haben. Zwei der Flächen ∞P nebst der oberen und unteren Fläche oP sind unverhältnissmässig ausgedehnt, und zwar so, dass man nach dem ersten Anblick versucht ist, die gewachsenen Flächen ∞P und oP für gleichartig und der Hauptaxe parallel zu halten. Die Krystalle sind dann an einem Ende, wie es in der Figur angedeutet ist, aufgewachsen.

Um die Orientirung an den verschiedenen Combinationen des monoklinischen Systems zu erleichtern, wollen wir noch einige Betrachtungen über die Form der einzelnen Flächen anstellen.

Sämmtliche Flächen der Combination Fig. 103, d. h. der schiefen rhombischen Säule ∞P mit der Endfläche oP, sind schiefwinklige Parallelogramme.

Die Fläche $\infty P \infty$ erscheint stets als ein rechtwinkliges Parallelogramm, wenn sie mit der Endfläche oP zusammenstösst, wie in Fig. 104 und 105, oder wenn sie oben oder unten durch die Flächen $+P\infty$ begränzt ist, wie in Fig. 114; die Abstumpfungsfläche $[\infty P \infty]$ dagegen erscheint als schiefwinkliges Parallelogramm, wenn sie direct an die Fläche oP stösst, wie Fig. 115, oder wenn sie von ihr noch durch die Flächen $[P\infty]$ getrennt ist, wie Fig 121.

Die Kanten, welche die Flächen [$P\infty$] mit der Endfläche oP bilden, stehen rechtwinklig auf denen, in welchen die Flächen $+P\infty$ mit der Endfläche oP zusammenstossen.

Die Flächen $+P\infty$ in der Combination Fig. 113 und die Flächen $-P\infty$ Fig. 116 sind gleichschenklige Dreiecke und zwar sind die beiden Kanten einander gleich, in welchen sie mit den Säulenflächen ∞P zusammenstossen, dagegen sind die Flächen [$P\infty$] ungleichschenklige Dreiecke.

Die verschiedenen Krystallspecies des monoklinischen Systems unterscheiden sich nicht allein durch ein verschiedenes Grössenverhältniss der Axen, sondern auch durch eine ungleiche Neigung der Axen ab und cd gegen einander. Beim Gyps z. B. schneiden sich diese Axen unter einem Winkel von 81° 26′, beim Eisenvitriol unter einem Winkel von 75° 40′.

DAS TRIKLINISCHE SYSTEM.

Keine der drei Axen dieses Systems bildet mit einer der beiden anderen einen rechten Winkel; alle drei Axen sind ungleich.

Das Octaëder dieses Systems, welches als selbstständige Gestalt nie vorkommt, ist durch 8 Flächen gebildet, von denen immer nur je zwei parallele gleichartig sind, dieses Octaëder ist also durch viererlei verschiedene Flächen gebildet, es können also in Combinationen mit anderen Flächen je zwei parallele Octaëderflächen ohne die 6 anderen vorkommen.

Was eben von den Flächen des Octaëders gesagt wurde, gilt auch von den Kanten und Ecken desselben; nur die diametral einander gegenüberliegenden Kanten und Ecken sind gleichartig und von allen übrigen Ecken und Kanten verschieden.

Der schiefen rhombischen Säule des vorigen Systems entspricht die schiefe Säule Fig. 127, doch sind hier ebenfalls nur je zwei parallele Flächen, nur je zwei parallele Kanten und nur je zwei diametral gegenüberliegende Ecken gleichartig.

Die Krystallform Fig. 127 kann als die Grundform des schwefelsauren Kupferoxyds betrachtet werden; alle übrigen Gestalten dieses Salzes lassen sich durch Abstumpfung der Ecken und Kanten der Fig. 127 ableiten.

Fig. 127. Fig. 128.

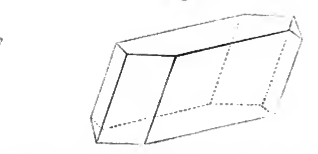


Fig. 128 stellt eine der einfachen Combinationen des schwefelsauren Kupferoxyds dar, welche jedoch deutlich den Grundtypus dieses Salzes zeigt.

Die Charakterisirung der wesentlichsten Eigenthümlichkeiten dieses Systems mag hier um so eher genügen, als ein weiteres Eingehen nicht ohne Schwierigkeiten möglich wäre, während auf der anderen Seite doch nur wenig Mineralien und Salze diesem Systeme angehören, welches durch den gänzlichen Mangel an Symmetrie den vollständigen Gegensatz zum regulären Systeme bildet.

DIE HEMIËDRIE.

Wir haben oben in Fig. 5 S. 2 einen Quarzkrystall betrachtet, an welchem drei der Pyramidenflächen sehr bedeutend gegen die drei übrigen zurücktreten, so zwar, dass die drei vorherrschend gebliebenen Pyramidenflächen unter sich eine dreiseitige Pyramide bilden.

Manchmal kommt es nun vor, dass dieses Zurücktreten oder auch das gänzliche Verschwinden einzelner Flächen der vollen Krystallgestalt nach einem bestimmten Symmetriegesetz erfolgt und dann entstehen Krystallformen, welche nur durch halb so viel Flächen begränzt sind, wie die entsprechende volle Krystallgestalt. Diese Halbflächner nun werden als hemiëdrische Gestalten bezeichnet, im Gegensatz zu den holoëdrischen, welche durch die volle Anzahl gleichartiger Flächen gebildet werden.

Denken wir uns am idealen Octaëder des regulären Systems Fig. 129 die vordere Fläche oben links nebst denjenigen drei Flä-

Fig. 129.

O O O O

Fig. 130.

$-\frac{O}{2}$ $+\frac{O}{2}$ $+\frac{O}{2}$ $-\frac{O}{2}$

chen, welche mit derselben nur in einer Spitze zusammentreffen, weiter vom Mittelpunkte des Körpers weggerückt, während dabei die übrigen vier Flächen wachsen, so entsteht der Körper Fig. 130,

wenn sie endlich bis zu ihrem völligen Verschwinden hinausgerückt werden, so erhält man den Vierflächner, das Tetraëder Fig. 131.

Das Tetraëder ist also aus dem Octaëder in der Weise entstanden, dass die Hälfte der Octaëderflächen bis zum Verschwinden der übrigen gewachsen sind.

Um die Beziehungen des Tetraëders zu dem Octaëder anschaulicher zu machen, aus welchem es entstanden ist, sind beide in Fig 132 zusammengestellt. Das Tetraëder *hilk* ist entstanden durch das Wachsen der Octaëderflächen *afd*, *abg*, *bfc* und *cgd*.

Fig. 131.

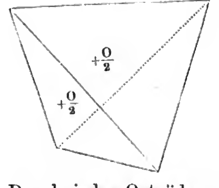


Fig. 132.

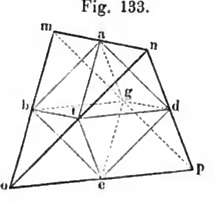
Durch jedes Octaëdereck geht eine Tetraëderkante, und zwar bildet die Stelle des Octaëderecks die Mitte der Tetraëderkante. Die Tetraëderkante *hi* ist parallel mit *fd* und *bg*; *hl* ist parallel mit *ad* und *bc* u. s. w.

Die 4 Flächen des Tetraëders sind gleichseitige Dreiecke und die 6 Kanten desselben sind einander gleich.

Das Tetraëder *hilk* Fig. 132 ist also durch das Wachsen der Hälfte der Octaëderflächen entstanden. Denken wir uns aber gerade diejenigen Flächen des Octaëders gewachsen, welche in dem Tetraëder Fig. 132 verschwunden sind, also die Octaëderflächen *bfa*, *dag*, *bcf* und *dcg*, so entsteht das Tetraëder *mnop* Fig. 133.

Das Tetraëder Fig. 133 unterscheidet sich von dem Tetraëder Fig. 132 nur durch seine Stellung. Dadurch, dass man das Tetraëder Fig. 133 um seine verticale Axe *ac* um 90° dreht, kommt es in die Stellung des Octaëders Fig. 132 und ist nun mit ihm vollkommen congruent.

Fig. 133.



Einen solchen Fall der Hemiëdrie, bei welchem, wie hier, die beiden aus derselben Grundgestalt abgeleiteten hemiëdrischen Formen einander vollkommen gleich und nur durch ihre Stellung

verschieden sind, nennt man eine **congruente** oder **überdeckbare** Hemiëdrie.

Zur Unterscheidung der beiden Tetraëder wollen wir das eine Fig. 132 als das +Tetraëder, das andere Fig. 133 als das —Tetraëder bezeichnen.

Fig. 134 und Fig. 135 stellen Combinationen des Würfels mit einem Tetraëder dar, und zwar Fig. 134 eine solche, bei welcher

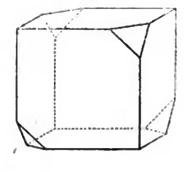


Fig. 134.

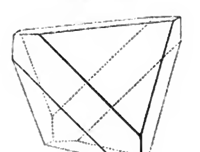


Fig. 135.

der Würfel, Fig. 135 eine solche, bei welcher das Tetraëder vorherrscht.

Unter den übrigen hemiëdrischen Formen des regulären Systems ist die Hemiëdrie des 24-Flächners (Pyramidenwürfels) Fig. 136 besonders wichtig. Denken wir uns die vordere und hintere Fläche der oberen sowohl wie der unteren Pyramide des Körpers Fig. 136; ferner die Fläche rechts und die Fläche links der vorderen und der hinteren Pyramide und endlich die obere und untere Fläche der Pyramiden auf der linken und der rechten Seite, kurz alle diejenigen Flächen, welche, soweit sie auf der Vorderseite des Krystalls Fig. 136 liegen, mit + bezeichnet sind, so weit ausgedehnt, dass die 12 übrigen Flächen verschwinden, so entsteht der Körper

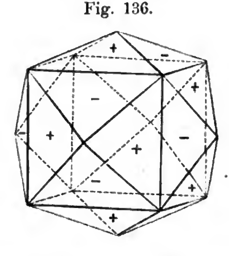


Fig. 136.

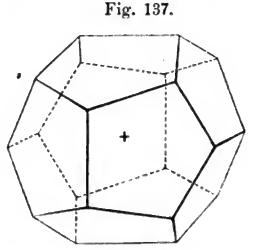


Fig. 137.

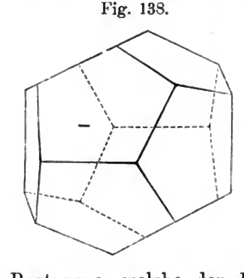
Fig. 137, welcher **Pentagonal-Dodekaëder** genannt wird, weil er durch 12 Fünfecke eingeschlossen wird.

Das Pentagonal-Dodekaëder kommt häufig allein oder in Com-

bination mit holoëdrischen Formen des regulären Systems beim Schwefelkies vor.

Denken wir uns diejenigen 12 Flächen des Pyramidenwürfels Fig. 136, welche im Pentagonal-Dodekaëder Fig. 137 verschwunden sind, also diejenigen Flächen, welche, so weit sie auf der Vorderseite des Krystalls liegen, in Fig. 136 mit — bezeichnet sind, bis zum Verschwinden der + Flächen gewachsen, so entsteht das Pentagonal-Dodekaëder Fig. 138. Die beiden Pentagonal-Dodekaëder Fig. 137 und Fig. 138 stehen in ähnlicher Beziehung zu einander, wie die beiden Tetraëder Fig. 132 und Fig. 133. Denken wir uns den Krystall Fig. 138 um seine verticale Axe um 90° gedreht, so kommt er in die Stellung Fig. 137, wir haben also auch hier den Fall einer congruenten oder überdeckbaren Hemiëdrie.

Fig. 138.



Die Fig. 138 dürfte dem Anfänger vielleicht nicht ganz so verständlich vorkommen, wie Fig. 137, was nur daher rührt, dass in Fig. 138 zwei der 12 Pentagone, welche den Körper begränzen, vollständig zur Linie verkürzt erscheinen.

Bei dem hexagonalen System spielen die hemiëdrischen Formen eine grosse Rolle. Die wichtigste derselben ist das Rhomboëder Fig. 139. Es ist die hemiëdrische Gestalt der doppelt

Fig. 139.

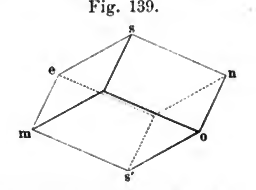
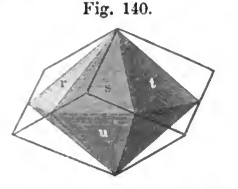


Fig. 140.



sechsseitigen Pyramide, d. h. man kann sich aus dieser das Rhomboëder dadurch abgeleitet denken, dass die Hälfte der Flächen bis zum Verschwinden der übrigen wächst.

Denken wir uns von der oberen Pyramide Fig. 140 die Flächen *r*, *t* und diejenige auf der hinteren Seite, welche *s* gegenüberliegt, von der unteren Pyramide aber gerade diejenigen Flächen gewachsen, welche in einer Kante mit den ausgefallenen Flächen der oberen Pyramide zusammenfallen, so entsteht das

Rhomboëder, wie es in Fig. 140 durch die starken Linien angedeutet und in Fig. 139 für sich allein dargestellt ist. — Es ist dies die Grundgestalt des Kalkspaths.

Fig. 139. Fig. 140. Fig. 141.

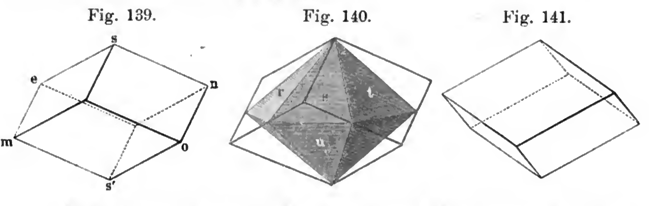
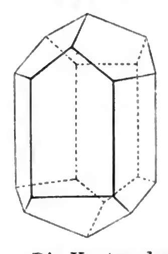


Fig. 142 zeigt eine Combination dieses Rhomboëders mit der regulären sechsseitigen Säule. Während aus der doppelt sechsseitigen Pyramide Fig. 140 durch Wachsen der einen Hälfte der Flächen das Rhomboëder Fig. 139 entstand, so entsteht durch Wachsen der anderen Hälfte der Flächen das Rhomboëder Fig. 141. Die beiden Rhomboëder Fig. 139 und Fig. 141 sind nur durch ihre Stellung verschieden, im Uebrigen aber vollkommen gleich, so dass man jedes durch Drehung um seine verticale Axe in die Stellung des anderen bringen kann; wir haben also hier gleichfalls ein Beispiel der überdeckbaren Hemiëdrie.

Fig. 142.



Die Kanten des Rhomboëders sind nicht gleichartig; man hat zweierlei Kanten zu unterscheiden. Gleichartig unter sich sind die drei Kanten, welche in *s* und *s'*, Fig. 139, zusammenlaufen. Von diesen verschieden, aber unter sich gleichartig sind die Kanten *em*, *mq*, *qo*, *on*, *nr*, *re* (*q* und *r* fehlen in Fig. 139; es soll damit das vorderste und das hinterste Eck des Krystalls bezeichnet werden).

Beim Kalkspath, der nach der Richtung der Rhomboëderflächen spaltbar ist, so dass man aus jedem Krystall ein Spaltungsrhomboëder von der Form Fig. 139 erhalten kann, schneiden sich in den Kanten *es*, *qs*, *ns*, *ms'*, *os'* und *rs'* zwei Flächen unter einem Winkel von 105° 5', in den übrigen Kanten aber unter einem Winkel von 74° 55', man hat also an einem solchen Kalkspathrhomboëder stumpfe und scharfe Kanten zu unterscheiden.

Das salpetersaure Natron krystallisirt in Rhomboëdern, welche denen des Kalkspathes sehr ähnlich sind; auch diese Krystalle sind in der Richtung der Rhomboëderflächen sehr vollkommen spaltbar.

Auch die Ecken des Rhomboëders sind von zweierlei Art. In *s* und *s'* nämlich treffen immer drei stumpfe Kanten zusammen, in jeder der anderen Ecken aber zwei scharfe und eine stumpfe. Erstere wollen wir stumpfe, letztere spitze Ecken nennen.

Denken wir uns die scharfen Kanten *em*, *mq*, *qo*, *on*, *nr* und *re* des Rhomboëders durch Flächen abgestumpft, welche mit der Hauptaxe parallel laufen, so entsteht eine sechsseitige Säule, welche sowohl oben als unten durch Rhomboëderflächen begränzt ist, eine Combination, welche häufig beim Kalkspath vorkommt.

Die Hauptaxe des Kalkspathrhomboëders geht durch die Mitte der stumpfen Ecken, d. h. sie macht gleiche Winkel mit jeder der drei stumpfen Kanten.

Wir haben bisher nur solche Rhomboëder betrachtet, an welchen alle Flächen gleichmässig ausgebildet sind, was meistens nicht der Fall ist. Ein ganz regelmässig ausgebildetes Rhomboëder dürfte man z. B. nur in zwei Stücke spalten, um zwei rhomboëdrische Stücke zu erhalten, deren Flächen nicht mehr gleich sind. Durch eine solche Zertheilung wird aber die gegenseitige Lage der Flächen, die Grösse der Winkel nicht im mindesten geändert; man unterscheidet vor wie nach scharfe und stumpfe Kanten, spitze und stumpfe Ecken. Die Richtung der Hauptaxe ist immer derjenigen Linie parallel, welche gleiche Winkel mit jeder der drei in einem stumpfen Eck zusammenlaufenden Kanten macht.

Fig. 143.

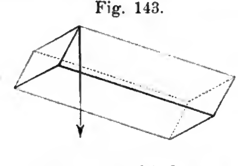
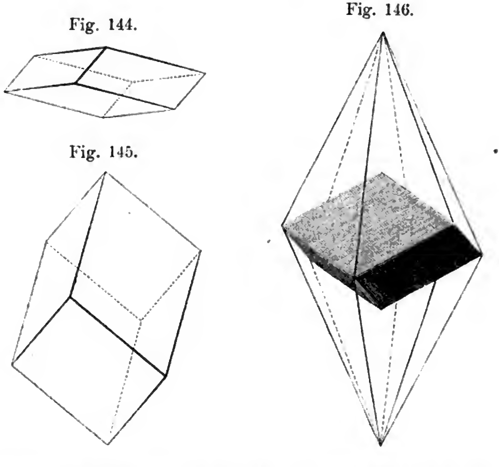


Fig. 143 stellt ein verzerrtes Kalkspathrhomboëder dar, bei welchem der leichteren Orientirung wegen die Richtung der Hauptaxe durch einen Pfeil angedeutet ist.

Den verschiedenen sechsseitigen Pyramiden derselben Kryställspecies entsprechen auch **verschiedene Rhomboëder**, d. h. Rhomboëder, für welche bei gleicher Grösse der Nebenaxen die Hauptaxe 2mal, 3mal, 4mal u. s. w. grösser oder kleiner ist als bei demjenigen Rhomboëder, welches man zum **Hauptrhomboëder** gewählt hat. So stellen z. B. Fig. 144 und Fig. 145 (a. f. S.) das nächst stumpfere und das nächst spitzere Rhomboëder des Kalkspaths dar, wenn man Fig. 139 zum Hauptrhomboëder dieses Minerals nimmt. Bei gleicher Grösse der Nebenaxen ist die Hauptaxe des Rhomboëders Fig. 144 **halb so gross**, die des Rhomboëders Fig. 145 ist **doppelt** so gross, als die des Rhomboëders Fig. 139.

Eine andere wichtige hemiëdrische Form des hexagonalen Systems ist das Skalenoëder Fig. 146. Es ist die Hemiëdrie einer


Fig. 144. Fig. 145. Fig. 146.

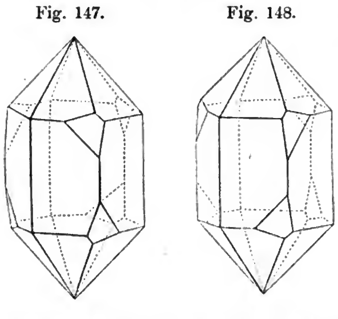
symmetrisch zwölfseitigen Pyramide. Charakteristisch für diese Form ist es, dass ihre Seitenkanten die gleiche Lage haben wie die Seitenkanten eines Rhomboëders, dass man sich also jedes Skalenoëder leicht so vorstellen kann, als ob durch die Seitenkanten eines Rhomboëders Flächen nach einem Punkt der verlängerten Hauptaxe gelegt wären, welcher um die 2fache, 3fache, 4fache u. s. w. Länge der verticalen Halbaxe des Rhomboëders von der Mitte des Krystalls absteht.

Manchmal kommt es vor, dass von einer hemiëdrischen Form selbst nur die Hälfte der Flächen auftritt, so dass von der ursprünglichen holoëdrischen Gestalt nur noch der vierte Theil der Flächen übrig bleibt. Solche Formen werden als tetartoëdrische bezeichnet. Ein interessantes Beispiel von Tetartoëdrie liefert die Hemiëdrie des Skalenoëders, welches ja selbst, wie wir gesehen haben, eine hemiëdrische Gestalt ist. Selbstständig kommt die Hemiëdrie des Skalenoëders nicht vor, sondern nur in Combination mit anderen Formen, wie z. B. in den Quarzkrystallen Fig. 147 und Fig. 148.

In Fig. 147 sehen wir, dass das Eck oben rechts an der vordersten Säulenfläche durch eine kleine Fläche abgestumpft ist.

Diese Abstumpfungsfläche gehört ihrer Lage nach einem Skalenoëder an. Von den 6 oberen Flächen dieses Skalenoëders treten oben an dem Krystall Fig. 147 nur 3 auf, nämlich die eben bezeichnete und zwei weitere, welche die rechts und links liegende hintere Säulenfläche in gleicher Weise abstumpfen, so dass die Abstumpfungsfläche oben rechts liegt, wenn man die entsprechende Säulenfläche gerade vor sich hält. An den drei Säulenflächen, welche oben rechts nicht abgestumpft sind, erscheinen dagegen die Ecken unten-links durch Skalenoëderflächen abgestumpft.

Fig. 147. Fig. 148.

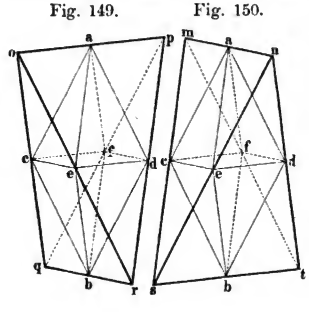


Die 6 Skalenoëderflächen, welche in der Combination Fig. 147 fehlen, treten dagegen in der Combination Fig. 148 auf. Hier erscheinen die Säulenflächen oben-links und unten-rechts durch Skalenoëderflächen abgestumpft.

Die beiden tetartoëdrischen Formen Fig. 147 und Fig. 148 sind übrigens nicht congruent; man kann die in Fig. 147 dargestellte Form durch Drehung um ihre verticale Axe nicht in eine solche Lage bringen, dass die Abstumpfungsfläche oben links an einer Säulenfläche erschiene.

Fig. 149 und Fig. 150 stellen die unter dem Namen der Sphenoïde bekannten Halbflächner eines rhombischen Octaëders dar. Die Dreiecke, durch welche diese Tetraëder begränzt werden, sind ungleichseitig und deshalb kann man auch das Tetraëder Fig. 150 dadurch, dass man es um seine verticale Axe um 90° dreht, nicht in die Stellung des Tetraëders Fig. 149 bringen, wie sich am besten übersehen lässt, wenn man die beiden Körper in geometrischem Grundriss

Fig. 149. Fig. 150.



darstellt, wie dies in Fig. 151 und Fig. 152 geschehen ist. Die beiden rhombischen Tetraëder (Sphenoïde) sind nicht **congruent**,

Fig. 151.

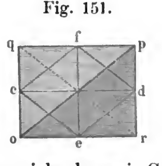
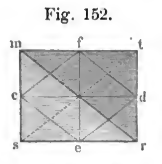


Fig. 152.



sie verhalten sich aber wie Gegenstand und Spiegelbild, wie rechte und linke Hand. Wir haben also hier den Fall einer nicht congruenten oder nicht überdeckbaren Hemiëdrie.

Die **Sphenoïde** kommen übrigens nicht isolirt vor, sondern nur in Combination mit anderen Flächen, namentlich mit der **rhombischen Säule**. Die Figur 153 stellt eine Combination der geraden rhombischen Säule mit dem rhombischen Octaëder

Fig. 153.

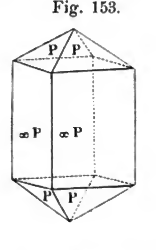
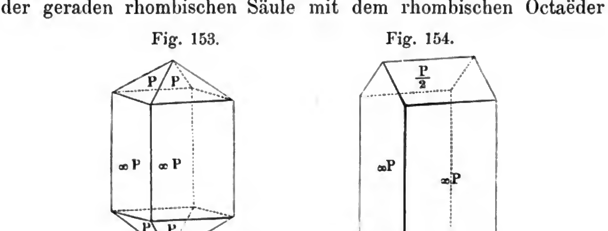


Fig. 154.



dar, wie sie den Axenverhältnissen des **Zinkvitriols** entspricht. Wenn nun hier die Hälfte der Octaëderflächen durch Wachsen der benachbarten Flächen verschwindet, so entsteht die Combination Fig. 154, welche beim Zinkvitriol und beim Bittersalz häufig beobachtet wird.

Auch im **monoklinischen Systeme** kommen **Hemiëdrien** vor, so z. B. bei den **Zuckerkrystallen** Fig. 114 S. 40, wo die Flächen $[P\infty]$ an der vorderen Säulenkante oft fehlen, während sie an der hinteren vorhanden sind.

ZWILLINGSBILDUNG.

Sehr häufig kommt es vor, dass zwei oder mehrere Krystallindividuen bei verschiedener Axenlage nach einem bestimmten Symmetriegesetz zusammengewachsen sind und auf diese Weise die sogenannten Zwillingskrystalle bilden. Die Zwillingskrystalle sind entweder Berührungszwillinge, wenn sich die beiden zusammengewachsenen Individuen nur bis zur Zusammensetzungsebene erstrecken, Durchkreuzungszwillinge, wenn sie über diese Zusammensetzungsebene hinaus verwachsen sind, wenn sie sich gleichsam durchdringen.

Die Fig. 155 stellt eine beim Magneteisen häufig vorkommende Zwillingsbildung dar. Zwei Octaëderfragmente sind so mit

Fig. 155.

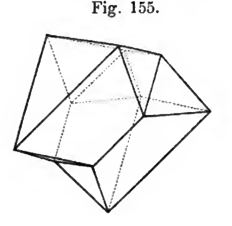
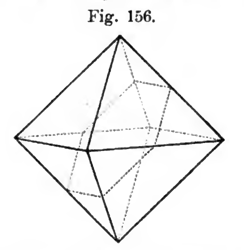


Fig. 156.

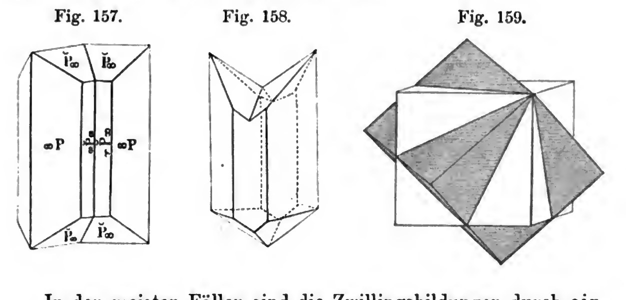


einander verwachsen, wie wenn ein Octaëder Fig. 156 parallel mit einer Octaëderfläche durchschnitten und die eine Hälfte gegen die andere um 180° gedreht worden wäre.

Solche Berührungszwillinge kommen in allen Krystallsystemen vor. Fig. 157 (a. f. S.) zeigt eine häufig beim Arragonit (rhombisches System) und Fig. 158 zeigt eine beim Gyps (monoklinisches System) vorkommende Zwillingsbildung.

Ein sehr schönes Beispiel von Durchdringungszwillingen liefert der Salmiak. Sie sind durch zwei einander theilweise durchdringende Würfel Fig. 159 gebildet.

Fig. 157. Fig. 158. Fig. 159.



In den meisten Fällen sind die Zwillingsbildungen durch einspringende Winkel charakterisirt, wie solche in der That bei allen bisher angeführten Beispielen vorkommen. Solche einspringende Winkel kommen bei einem einfachen Krystallindividuum nie vor.

ÜBERSICHT DER WICHTIGSTEN FORMEN DER VERSCHIEDENEN KRYSTALLSYSTEME.

---

1. Das reguläre System.

Naumann'sche Formel.

O Octaëder. Acht Flächen, welche jede der drei Axen in gleichem Abstand (a) vom Mittelpunkte des Axenkreuzes schneiden.

$\infty O \infty$ Würfel. Sechs Flächen, welche zu je zweien auf einer Axe rechtwinklig stehen und mit den beiden anderen parallel laufen.

∞O Rhombendodekaëder. Zwölf Flächen, welche mit einer Axe parallel laufen, aber die beiden anderen in der Entfernung a vom Mittelpunkte schneiden.

nOn Ikosi-Tetraëder, Vierundzwanzigflächner. Jede Fläche dieses Körpers schneidet eine Axe in der Entfernung a, die beiden anderen aber in der Entfernung na (wo n irgend eine ganze Zahl bezeichnet) vom Mittelpunkt.

Der Körper $2O2$ wird Leucitoëder, der Körper $3O3$ wird Leucitoid genannt.

$nO\infty$ Tetrakis-Hexaëder, Viermal-Sechsflächner. Die Flächen dieses Körpers schneiden eine Axe in der Entfernung a, die zweite in der Entfernung na (der Werth von n ist 2, $\frac{5}{2}$, 3 oder 5) vom Mittelpunkt und laufen mit dem dritten parallel.

nO Triakis-Octaëder, Dreimal-Achtflächner, ein Körper, dessen Flächen zwei Axen in der Entfernung a, die dritte aber in der Entfernung na schneiden. Bei den in der Natur

Naumann'sche Formel.

vorkommenden Dreimal-Achtflächnern ist n entweder 2, oder $\frac{3}{2}$, oder 3.

2. Das quadratische System.

P Das Quadrat-Octaëder, eine vierseitige Doppelpyramide von quadratischer Basis. Die Flächen dieses Octaëders schneiden die beiden horizontalen Nebenaxen in der Entfernung a vom Mittelpunkt, die verticale Hauptaxe aber in der Entfernung c.

nP Quadratische Doppelpyramiden, welche bei gleicher Basis mit der Pyramide P die $n$fache Höhe haben, wo n irgend eine ganze Zahl bezeichnet. Je grösser n wird, desto steiler wird die Pyramide, für $n = \infty$ aber geht sie in eine verticale quadratische Säule ∞P über.

$\frac{1}{n}P$ Quadratische Doppelpyramiden, welche bei gleicher Basis mit dem Quadratoctaëder P eine $n$mal geringere Höhe haben. Für $\frac{1}{n} = 0$ geht die Pyramide in eine Fläche oP über, welche mit den horizontalen Nebenaxen parallel läuft, also auf der verticalen Hauptaxe senkrecht steht.

$\infty P \infty$ Quadratische Säule, deren Flächen mit der Hauptaxe und mit einer Nebenaxe parallel laufen, aber auf der zweiten Nebenaxe rechtwinklig stehen.

$P \infty$ Quadratoctaëder, dessen Flächen mit einer Nebenaxe parallel laufen, die andere Nebenaxe aber in der Entfernung a, die Hauptaxe in der Entfernung c schneiden.

$nP \infty$ Quadratoctaëder, welches bei gleicher Basis mit $P \infty$ die $n$fache Höhe hat.

3. Das hexagonale System.

P Doppeltsechsseitige Pyramide, deren Flächen mit einer Nebenaxe parallel laufen, die beiden anderen in der Entfernung a, die verticale Hauptaxe aber in der Entfernung c schneiden.

Naumann'sche Formel.

nP Sechsseitige Doppelpyramide, welche bei gleicher Basis mit der Pyramide P die $n$fache Höhe hat. Für die Gränzwerthe $n = o$ und $n = \infty$ geht die sechsseitige Doppelpyramide über in

oP die gerade Endfläche, auf der Hauptaxe rechtwinklig stehend und mit den drei Nebenaxen parallel laufend, und in

∞P die reguläre sechsseitige Säule, deren Flächen mit der Hauptaxe parallel laufen.

4. Das rhombische System.

P Das rhombische Octaëder, eine vierseitige Doppelpyramide mit rhombischer Basis. Die Flächen dieses Körpers schneiden die vertical gestellte Hauptaxe in einer Entfernung c, die kleinere Nebenaxe in einer Entfernung a, die grössere in einer Entfernung b vom Mittelpunkt ($a < b$).

nP Rhombische Octaëder, welche bei gleicher Basis mit P die $n$fache Höhe haben. Die Gränzformen dieser Pyramidenreihe sind

oP eine Pyramide, deren Höhe gleich Null ist, deren vier Flächen also in eine einzige (die gerade Endfläche) zusammenfallen, welche auf der Hauptaxe rechtwinklig steht, und

∞P die rhombische Säule, deren Flächen und Kanten mit der Hauptaxe parallel laufen.

$\infty \bar{P} \infty$ Flächen, welche auf der kleinen Nebenaxe rechtwinklig stehend mit der Hauptaxe und der grossen Nebenaxe parallel laufen.

$\infty \breve{P} \infty$ Flächen, welche auf der grossen Nebenaxe rechtwinklig stehend mit der Hauptaxe und der kleinen Nebenaxe parallel laufen.

Die Flächen $\infty \bar{P} \infty$ und $\infty \breve{P} \infty$ bilden zusammen eine verticale Säule von rectangulärem Querschnitt.

$\bar{P} \infty$ Eine horizontale rhombische Säule, deren Flächen der grossen Nebenaxe parallel und den brachydiagonalen Kanten des Octaëders P parallel laufen.

Naumann'sche Formel.

Die Flächen dieser Säule werden auch als **makrodiagonales Doma** bezeichnet.

$\breve{P}\infty$ Eine **horizontale rhombische Säule**, deren Flächen mit der **kleinen Nebenaxe** und den makrodiagonalen Kanten des Octaëders P parallel laufen.

Die Flächen dieses Prismas werden auch als **brachydiagonales Doma** bezeichnet.

∞Pn Eine **verticale Säule**, deren Flächen mit der Hauptaxe parallel laufen, die grosse Axe in der Entfernung nb, die kleine aber in der Entfernung a schneiden.

$\infty \breve{P}\frac{1}{n}$ Ist identisch mit $\infty \bar{P}n$.

$n\bar{P}\infty$ Eine **horizontale Säule**, deren Flächen mit der **grossen Nebenaxe** und den brachydiagonalen Seitenkanten des Octaëders nP parallel laufen.

$n\breve{P}\infty$ Eine **horizontale Säule**, deren Flächen mit der **kleinen Nebenaxe** und den makrodiagonalen Kanten des Octaëders nP parallel laufen.

5. Das monoklinische System.

$+P$ und $-P$ Die Flächen des **monoklinischen Octaëders** sind von zweierlei Art und deshalb durch die Zeichen $+$ und $-$ unterschieden.

∞P Die **schiefe rhombische Säule**, ihre Flächen laufen mit der schräg gestellten Hauptaxe parallel, sie schneiden aber die symmetrische Axe in der Entfernung a, die horizontal gestellte Axe der symmetrischen Ebene in der Entfernung b vom Mittelpunkte des idealen Krystalls.

oP die **schiefe Endfläche**, parallel der Ebene der beiden horizontalen Axen.

$[\infty P\infty]$ **Flächen, parallel der symmetrischen Ebene.**

$\infty P\infty$ **Flächen, parallel der symmetrischen Axe und der schrägen Hauptaxe.**

$[P\infty]$ **Flächen, parallel der horizontalen Axe der symmetrischen Ebene**, die symmetrische Axe in der Entfernung a, die schräge Hauptaxe in der Entfernung c von dem Mittelpunkt des Axenkreuzes schneidend.

Naumann'sche Formel.

$+P\infty$ und $-P\infty$ Flächen, parallel der symmetrischen Axe, die schräge Hauptaxe in der Entfernung c, die horizontale Axe der symmetrischen Ebene in der Entfernung b vom Mittelpunkt des Axenkreuzes schneidend.

BEZEICHNUNG DER KRYSTALLSYSTEME.

Nicht bei allen Schriftstellern führen die 6 Krystallisationssysteme die oben angeführten Namen; so heisst das erste Krystallsystem

nach Weiss . . . . das reguläre,
nach Mohs . . . . das tessularische,
nach Naumann . . das tesserale;

das quadratische System heisst

nach Weiss . . . . das zwei- und einaxige,
nach Mohs . . . . das pyramidale,
nach Naumann . . das tetragonale;

das hexagonale System heisst

nach Weiss . . . . das drei- und einaxige,
nach Mohs . . . . das rhomboëdrische,
nach Naumann . . das hexagonale;

das rhombische System heisst

nach Weiss . . . . das ein- und einaxige,
nach Mohs . . . . das orthotype,
nach Naumann . . das rhombische;

das monoklinische System heisst

nach Weiss . . . . das zwei- und eingliedrige,
nach Mohs . . . . das hemiorthotype,
nach Naumann . . das monoklinometrische;

das triklinische System heisst

nach Weiss . . . . das ein- und eingliedrige,
nach Mohs . . . . das anorthotype,
nach Naumann . . das triklinometrische.


G.E. STECHERT
& CO.
NEW YORK


548 .M946
C.1
GrundzLuge der krystal
Stanford University Libraries
3 6105 046 511 262